

スギのテーパータブルの作成について

高瀬五郎*

Construction of Taper Table for the SUGI

GORŌ TAKASE

Summary: This paper deals with the construction of taper table for the 'SUGI', and the upper diameters of the SUGI trunks outside bark at 0.3 m, 1.3 m (B.H.), 2.3 m, in height from the ground are indicated by the total height and d.b.h. grade.

The materials consist of 1102 pieces of the SUGI about 40 years old, and the distribution of d.b.h. or of the total height is shown in Table 1.

I The production of empirical formula In the same total height grade (H), the relation between d.b.h. and the upper diameters (d) on the same height of measurement (Δ) can be indicated by Formula (1). The constants (a, b) of Formula (1) are shown in Table 2, and the observed data (d) and the regression lines to d.b.h. are shown in Fig. 1. In the case when Δ is constant all over the individual trees of different H grades, for example, Δ is 7.3 m, the constants (a, b) of Formula (1) of separate H grades are shown in Table 3. In Fig. 2, the observed data and the regression lines by Formula (1) are illustrated. The broken lines in Fig. 2 can be shown by Formula (2), and the constants (a_H, b_H) of individual d.b.h. grades are shown in Table 4. By means of a_H, b_H of Table 4 and H , the results and the regression lines are illustrated in Fig. 3. The relation between a_H and d.b.h. and between b_H and d.b.h. are shown in Fig. 4, and the relation can be shown by Formula (3). The corrected a_H and b_H by Formula (4), (5) are listed in Table 4, and the regression lines are illustrated in Fig. 4 in the solid lines. After all, in the case when the height of measurement is 7.3 m, we can obtain Formula (6) when Formula (2), (3), (4), (5) are combined. If we assume that Formula (6) is applicable to all height of measurement, we can obtain Formula (7), of which k, l, m, n are the constants. Putting $m=MA, k=K+M, n=NA, l=L+N$ in Formula (7) and in arrangement of the formula, we can obtain Formula (8).

II Methods to obtain the constants of empirical formula There are 2 methods to obtain the constants.

1. According to the observed data on the same height of measurement We can obtain Formula (7) when we substitute $h+\Delta$ for H in Formula (8), and then make arrangement of it. The constants (the first values of k, l, m, n) of Table 5 were obtained by the method of least squares, depending on the observed data on the same height of measurement. Correcting, in repetition, the first values of the constants in Table 5 by the method of substitution, and the last values were obtained. The observed data of d and the regression lines calculated on the last values of the constants in Table 5 and Formula (7) were illustrated in Fig. 5. Fig. 9 shows the relation between the constants (k, l, m, n) and the height of measurement. Smoothing the constants by the polynomial of 3rd order which passes through the successive 5 results, we can obtain the constants in Table 6, and they were illustrated in Fig. 5 by solid lines. Finally, we can calculate the upper diameters using the constants of Table 6 and Formula (7), by separate total height and d.b.h. grade, and we can compile a taper table. The mean values of deviations between the observed and calculated values and the standard deviations which were calculated by use of Table 6 and Formula (7), are shown in Table 6 in addition.

* 附属演習林 助教授

2. According to the observed data of equal distance from the tip If we assume that h in Formula (8) is constant, and $h \rightarrow (H-1.3)$, we can get Formula (10). By the same method as 1, we can get Table (7), Fig. 7, Fig. 8, (correspond to Table 5, Fig. 6 respectively). Finally, we can compile another taper table as 1.

III Synthetic compilation of taper table Fig. 9 illustrates 6 trees of 1.8 m, …, 6.8 m in total height, and the common height of measurement are 1.3 m, …, 6.3 m. The method, II 1, is to obtain constants using the data of 0 marks that run in parallel to one another, but the method, II 2, is to obtain constants using the data of X marks. It may be evident that by the method, II 1, the constants may be obtained in less accuracy as they go upward, and, by, II 2, the constants may be obtained less accuracy as they go down rightside. To avoid these weak points the author averaged the upper diameters obtained by the method, II, 1, and, II 2, whose weight are indicated by the numbers of which the constants are calculated. The taper table calculated and compiled in this method is listed in Table 8. Table 9 indicates the mean values of deviations between the observed and calculated values and the standard deviations by the total height.

要旨 この研究の目的は、スギについて、地上から0.3m, 1.3m (胸高), 2.3m……の各測定高 (d) ごとに、その皮付直径 (d) を、樹高階別 (H), 胸高直径階別 (D) に示した細り表を得んとするものである。

I 実験式の誘導

同一 H に属する単木間では、 D と、同一 d の上にある d との関係は、 $d=D/(a+b \cdot D)$ で表わすことができる。次に d が一定の場合、 H と d_{Δ} との間には、 D が等しければ次式が成立する。

$$d_{\Delta} = (H - \Delta) / \{a_H + b_H(H - \Delta)\} \dots\dots\dots (1)$$

この a_H, b_H は D が変るにしたがって変るものであって、

$$a_H = k + l \cdot 1/D, \quad b_H = m + n \cdot 1/D \dots\dots\dots (2)$$

である。(1), (2) 式を組みあわせて整理すると、

$$1/d = K + L/D + M \cdot H/(H - \Delta) + N \cdot H/D \cdot (H - \Delta) \dots\dots\dots (3)$$

を得る。これを基本実験式とする。

II 実験式の常数の求め方

これには2とおりの方法が考えられる。

1 (3) 式において、 $H = h + \Delta$ として整理すると、

$$1/d = k + l/D + m/h + n/Dh \dots\dots\dots (4)$$

を得る。 d を等しくする観測値を用いて、(4) 式の定数 k, l, m, n を求め、これを用いて、一つの細り表を作成することができる。

2 (3) 式において h を一定とした場合には、 $h = H - \Delta$ となるので、(3)式は、

$$1/d = k(1 - H/h) + l(1/D - 1/hD) + H/hD \dots\dots\dots (5)$$

となる。 h を等しくする観測値を用いて (5) 式の定数 k, l を求め、これを用いて1と同様にしてまた別の細り表を作成することができる。

1および2の場合、 d に対する k, l, m, n および、 h に対する k, l の変化は、不規則であるから、二つの場合とも、連続する5点をとる3次整式を用いて平滑にした。

III 総合的な細り表の作り方

1および2では、同一の H, D, d の d について、2つの値 (d_1, d_2) が得られるから、各々の d を計算するのに用いられた観測値の数をそれぞれ w_1, w_2 として、

$$d = (d_1 w_1 + d_2 w_2) / (w_1 + w_2)$$

をもって総合的な d の値とし、総合的な細り表を作成した。

は し が き

いわゆる細り表の作り方は、これを2大別することができると思う。一は地上—多くの場合胸高以上—の全樹幹を等分—多くの場合10等分—して、各等分点の直径値と胸高直径値との比で示したものであり、他は地上—多くの場合胸高以上—の全樹幹を、一定長—たとえば2 m—間隔に、その部位の直径値をその絶対値で表わしたものである。

この両者の比較は多岐にわたるのでここでは述べないが、後者がそのままで実際的使用に便であることは、確かに前者にまさる利点の一つであろう。

多くの細り表は、樹高階別・胸高直径階別に、上部直径値を表示しているが、更に幹型別に表示しているものもある。

筆者は、資料の関係から、スギの伐期に近いものについて、樹高階別・胸高直径階別に、胸高から上下に1 m間隔の部位の直径をその絶対値で表わす細り表の作成を試みた。

この種の細り表を作る従来の方法に対する検討は、「研究の詳細」の項で述べることにした。

この研究に用いた資料は、昭和25年に収集していたが、計算があまりにも膨大なため、途中計算を中止していた。幸、昭和41年、本学にHIPAC 103コンピューターが設置せられたのを機会に、研究・計算を完了したものである。その間、コンピューター室関係諸氏の御協力に深謝する次第である。

供 試 料

本研究に用いた試料は、昭和25年当時、愛媛県温泉郡湯山村（現・松山市湯山）にあった、松山農科大学（現・愛媛大学農学部）の横谷演習林（現在は生立していたスギ林を伐採測定したもので、本数は1102本、林令は40年前後で、ほとんど伐期に達していたものである。

直径はすべて有皮直径で、地上0.3 mから1 m間隔に、任意直角2方向をcm単位で測定平均してmm

第1表 樹高階別、胸高直径階別、本数分布表
Table 1. Distribution of trees by D.B.H. and total height class.

Total height class	Number of trees	Diameter breast height class	Number of trees
7.8	2	7	2
8.8	4	9	30
9.8	15	11	45
10.8	28	13	82
11.8	38	15	125
12.8	62	17	127
13.8	84	19	116
14.8	95	21	103
15.8	87	23	82
16.8	99	25	82
17.8	95	27	80
18.8	96	29	50
19.8	96	31	60
20.8	72	33	41
21.8	80	35	25
22.8	43	37	19
23.8	37	39	18
24.8	38	41	6
25.8	22	43	5
26.8	5	45	2
27.8	2	47	2
28.8	1		
29.8	1		
Total	1102	Total	1102

未満は4捨5入をし、樹高は m 単位で cm 未満は4捨5入をした。胸高は $1.3m$ である。樹高階別・胸高直径階別本数分配表は紙面の都合で割愛し、樹高階別、胸高直径階別本数分配表を第1表に示した。ただし樹高においては $7.3\sim 8.3m$ を $7.8m$ 階に、胸高直径においては $6.0\sim 7.9cm$ を $7cm$ 階に、以下同様に括約して示した。

研 究 の 詳 細

I 実験式の誘導

1 同一樹高階に属する単木の、胸高直径とある一定測定高における直径との関係

従来の研究によれば、胸高以上において、一定間隔（たとえば $2m$ ）の上部直径を測定した場合には、樹高階を等しくする個樹間の一定高における直径は、胸高直径の1値関数であるとしたものが多い。しかし、胸高直径に対する上部直径の観測値を修正するには、ある場合には free hand で行ない、ある場合には直線式 ($d = a + b \cdot D$) (d : 上部直径, D 胸高直径, $a \cdot b$: 定数) を仮定して行なった。

これに反し、胸高以上の樹幹を一定数（たとえば10）に等分した各等分点の直径を測定した場合、その直径と胸高直径との間には $d = a + b \cdot D$ の定数 a を零とした $d = bD$ が成立するとしたものがあり、特にこの関係を全樹高階にわたり拡張したものもある。

筆者は、全資料を用い、樹高階別に、胸高直径に対する上部直径を図示して、次の諸点を明らかにすることができた。

- a 等しい樹高階に属する個樹間においては、胸高以上一定の高さの直径は、胸高直径の1値関数である。
- b $d = a + b \cdot D$ を仮定したとき、 a の値は d の測定高が高くなるとともに大となり、 b の値は小となる傾向がある。故に $d = b \cdot D$ の仮定は、測定高が胸高に近い間は近似的に成立するが、測定高が高くなるにつれて不確実となる。
- c 各 d 点を結んだ折れ線は、わずかではあるが横軸に対して凹であるようである。
- d 理論的には、 D が零に近づくとともに、 d もまた零に近づかずである。

第2表 (1)式の定数, a, b の表
Table 2. Constants, a, b , in the Formula (1)

Height of measurement above the ground	Average total height					
	12.93		13.86		14.86	
	a	b	a	b	a	b
0.3	49.76	0.7581	-33.50	0.8844	8.92	0.8235
1.3	0.00	1.0000	0.00	1.0000	0.00	1.0000
2.3	37.41	1.0099	14.56	1.0413	-0.98	1.0583
3.3	44.50	1.0599	10.92	1.1017	28.56	1.0668
4.3	13.44	1.1772	0.11	1.1906	26.85	1.1177
5.3	54.73	1.1961	1.95	1.2575	18.13	1.1887
6.3	13.03	1.3642	5.72	1.3356	11.81	1.2802
7.3	76.50	1.4109	4.27	1.4500	45.72	1.3107
8.3	87.00	1.5879	-58.44	1.7023	17.74	1.4762
9.3	266.76	1.6352	-5.61	1.8353	80.71	1.5300
10.3	593.03	1.6353	11.99	2.1320	167.89	1.6027
11.3	884.79	2.2915	365.68	2.0900	292.88	1.7325
12.3	1015.18	6.4384	909.68	2.5109	496.62	1.9652
13.3			2632.02	4.9000	1063.38	2.3487
14.3					1359.24	7.7099

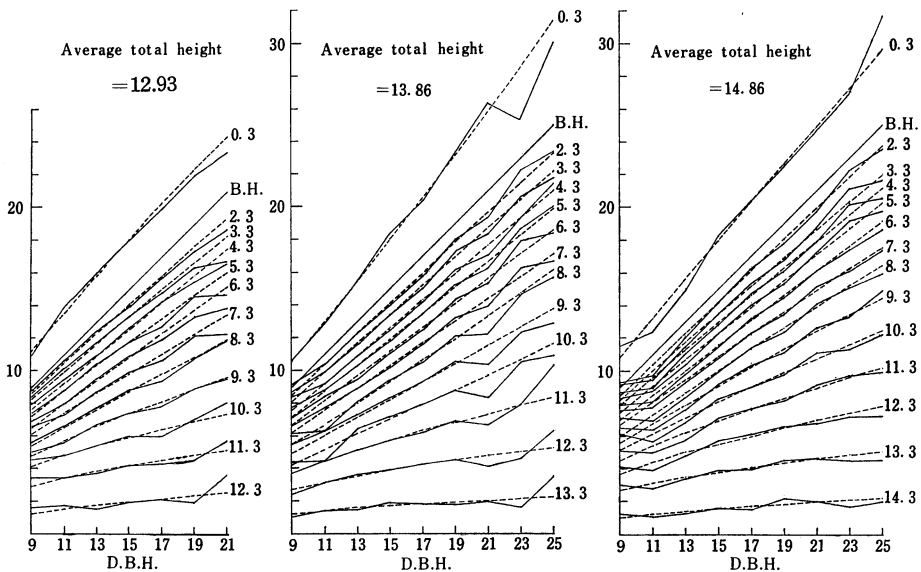
The constants, a are multiplied by 10000

以上からして、上部直径と胸高直径との関係は、 $d=a+b\cdot D$ を仮定するよりも、むしろ $d=aD^b$ または $d=D/(a+b\cdot D)$ を仮定する方が事実によりよく合致するように思われたので、両式を比較考究した結果、今回は、

$$d = \frac{D}{a+b\cdot D} \dots\dots\dots (1)$$

を採用することとした。ただし、 d ：上部直径、 D ：胸高直径、 $a\cdot b$ ：定数とする。

(1) 式を採用し、各樹高階別に、胸高直径と上部直径との間に(1)式を適用して、定数 a, b を平均法で求めた。その一部を示すと第2表のとおりである。第2表の数値を用いて、逆に(1)式から d を求め D 別に図示して第1図をえた。同図から(1)式が事実をよく表わすことを知るであろう。



第1図 樹高階別、胸高直径に対する上部直径の関係
Fig 1. Regression lines of upper diameters on D.B.H.

2 樹高階を異にする単木間において、胸高直径とある測定高における直径との関係

1で、同一樹高階に属するスギにおいては、ある測定高における直径 (d) は、胸高直径 (D) によって

$$d = \frac{D}{a+b\cdot D} \dots\dots\dots (1) \text{ 再出}$$

で表わしうることがわかった。次は一步進めて、測定高が一定の場合に、樹高階が変化するにつれて、(1)式の定数 a, b が変化する態様を調べて見た。

1例として、測定高7.3mの場合について述べる。

各樹高階ごとに、測定高7.3mの直径について(1)式の定数 a, b を平均法で求めたところ第3表の結果を得た。これら計算には、胸高直径階別本数を重みとして用いている。第3表の定数 a, b を用い、(1)式を用いて、逆に D から $d_{7.3}$ を算出して図示すると第2図の破線のとおりである。第2図の実線は実測値をそのまま示してある。図から明らかなように、破線は実線に比してやや平滑ではあるが、破線自身はいぜんとして相当な折れ線であるから、この折れ線を平滑な曲線とすることを考えなければならない。

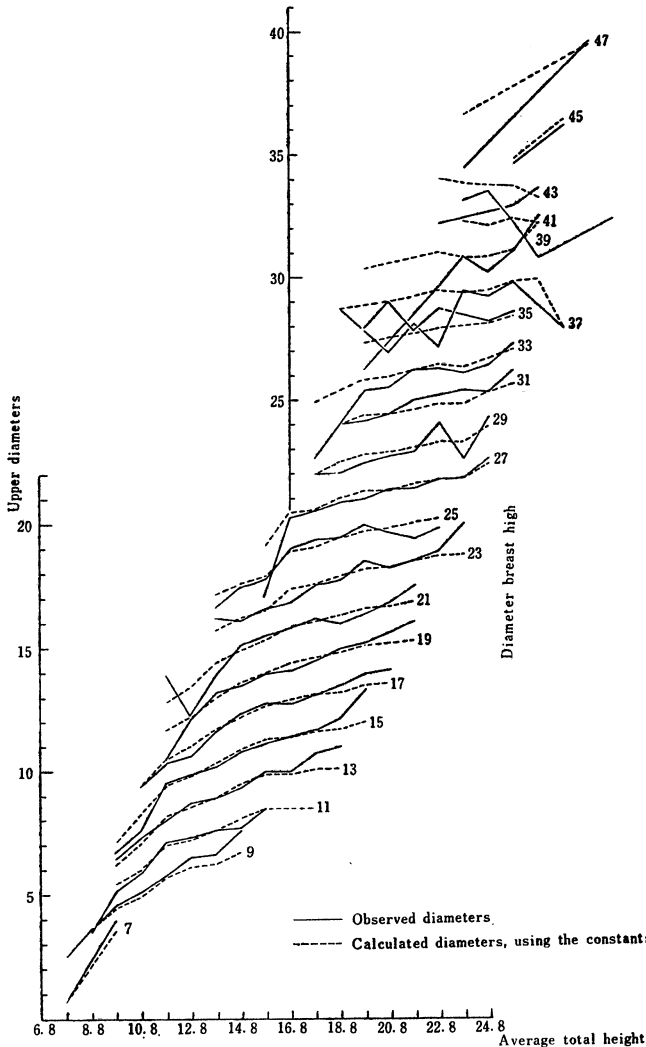
定数 a, b の修正 第2図の破線が平滑な曲線でないことは、第3表の定数 a, b が、樹高階の変化に対して、平滑に変化していないからである。故にこの a, b を修正することを考える。

第2図を見ると、各破線は(1)式において、 D の代りに $H-7.3$ とおいた曲線に近似する曲線であること

第3表 測定高が7.3mのときの、(1)式の常数a,bの表
 Table 3. Constants, a,b in the Formula (1) when the height of measurement above the ground is 7.3 m

Average total height	a	b
8.00	-40142.55	39.7143
8.95	3165.68	-0.3333
10.00	218.34	1.7961
10.84	-43.07	1.8764
12.02	59.53	1.5125
12.93	76.50	1.4109
13.86	4.27	1.4500
14.86	45.72	1.3107
15.93	80.09	1.2071
16.91	5.46	1.3107
17.84	14.54	1.2749
18.88	2.51	1.2820
19.87	13.50	1.2339
20.84	12.72	1.2310
21.82	15.62	1.2090
22.85	17.02	1.1944
23.84	22.00	1.1798
24.79	52.74	1.0611
25.88	59.36	1.0233
26.62	100.30	0.8649
27.67	-113.05	1.7447

The constants, a are multiplied by 10000



第2図 測定高が7.3mの場合、樹高階別、観測直径値と第3表による計算値との関係

Fig. 2 Regression line of upper diameters on average total height when the height of measurement above the ground is 7.3 m

がわかる。故に横軸に $1/(H-7.3)$ を、縦軸に $1/d_{7.3}$ をとって各胸高直径階ごとに図示すると、ほぼ直線群をえるので、第2図の破線はおのおの

$$d_{7.3} = \frac{H - 7.3}{a_H + b_H (H - 7.3)} \dots\dots\dots (2)$$

で表わされることがわかる。平均法で各胸高直径階別に a_H, b_H (観測値) を求めると第4表のとおりである。この a_H, b_H を用い、逆に H から $d_{7.3}$ を求むれば、胸高直径階別に、平滑な $d_{7.3}$ を求めることができる。かくし

第4表 (2)式の a_H , b_H , (4)式の a'_H , (5)式の b''_H の表
 Table 4. Tables of a_H , b_H of Formula (2), a'_H of Formula (4), b''_H of Formula (5)

D.B.H.	Number of trees	a_H	b_H	a'_H Calculated	b'_H	b''_H Calculated
7	2	-2049.20	1.3049	1407.25	0.9206	0.4233
9	30	1206.63	0.2594	1105.68	0.2910	0.3230
11	45	875.78	0.2794	913.81	0.2624	0.2592
13	82	778.92	0.2162	780.93	0.2095	0.2150
15	125	668.11	0.1954	683.57	0.1849	0.1826
17	127	614.53	0.1567	609.01	0.1612	0.1579
19	116	551.09	0.1417	550.21	0.1425	0.1383
21	103	501.23	0.1281	502.62	0.1267	0.1225
23	82	463.68	0.1117	463.30	0.1121	0.1094
25	82	427.68	0.1024	430.25	0.0994	0.0984
27	80	401.33	0.0896	402.13	0.0886	0.0891
29	50	374.14	0.0745	377.81	0.0787	0.0810
31	60	358.86	0.0678	356.73	0.0709	0.0740
33	41	341.04	0.0597	341.04	0.0641	0.0678
35	25	326.03	0.0505	321.68	0.0572	0.0623
37	19	327.60	0.0221	307.05	0.0561	0.0574
39	18	282.69	0.0710	293.85	0.0517	0.0531
41	6	305.10	0.0092			
43	5					
45	2					
47	2					
Total	1102					

a_H and a'_H are multiplied by 10000

て求めた $d_{7.3}$ は第3図に1点鎖線として示した。第3図の破線は第2図の破線と同一である。

定数 a_H , b_H の修正 第4表の定数 a_H , b_H は、ほとんど平滑にされた破線を用いて求めたものであるから、胸高直径階の変化に対し比較的平滑に変化するはずであるが、実際にはわずかながら誤差がある。いま、第4表の a_H , b_H を縦軸に、 $1/D$ を横軸にとって図示すると第4図をえる。図から明らかのように、

$$a_H = k + l \cdot 1/D$$

$$b_H = m + n \cdot 1/D \quad \dots\dots\dots (3)$$

であらわされることがわかる。

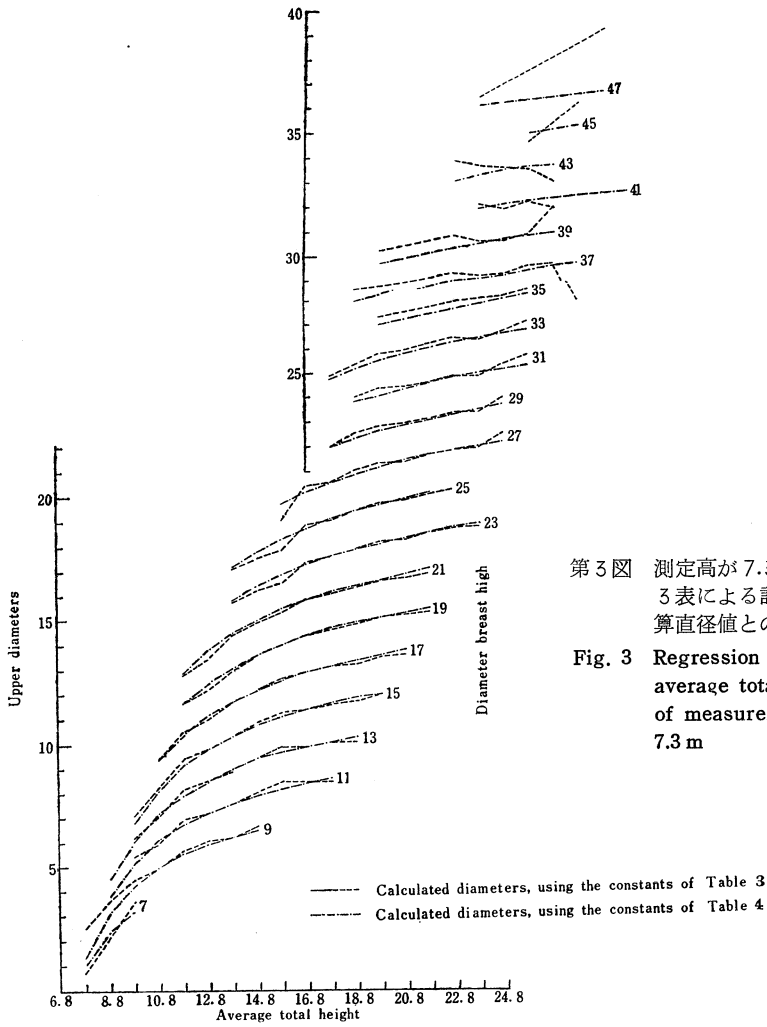
a_H の図と、 b_H の図とを比較すると、 a_H の方が b_H の方に比してより直線に近く並んでいるから、まず a_H の方を修正することとした。 $D=7$ と $D=41$ 以上の a_H の値は、それを求めた測定本数が少なくて、不規則な変化をしているので除き、 D が $9 < D < 39$ の間の a_H を用い平均法で定数を求めたところ

$$a'_H = 0.00503112 + 0.949837 \cdot 1/D \quad \dots\dots\dots (4)$$

をえた。(4)式を用い、逆に D から a'_H を求めて第4表の a'_H 欄に掲げ、また第4図に実線をもって示した。

次に b_H の修正であるが、第4表の a_H の値をそのまま用いず、計算によって求めた第4表の a'_H を(2)式の a_H に代入して b_H を修正し、この修正値 b'_H を用いて、 a'_H を求めたのと同様にして次式を得た。

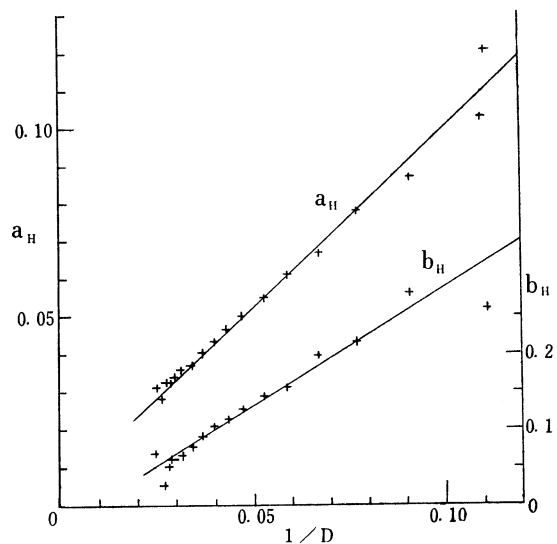
$$b''_H = -0.0279218 + 3.158323 \cdot 1/D \quad \dots\dots\dots (5)$$



第3図 測定高が7.3mの場合の、樹高階別、第3表による計算直径値と第4表による計算直径値との関係

Fig. 3 Regression line of upper diameters on average total height when the height of measurement above the ground is 7.3 m

第4図 $1/D$ に対する a_H, b_H の関係、および(4)式、(5)式による回帰線
 Fig. 4 Relation of a_H, b_H in Table 4 to $1/D$, and the regression lines calculated by Formula (4), (5)



(5) 式から逆算した b''_H の値も第 4 表に掲げ、また第 4 図に実線をもって示した。

総合 以上を一括すれば、測定高 7.3m の断面においては、

$$\frac{1}{d_{7.3}} = a_H / (H - 7.3) + b_H \quad \dots\dots\dots (2) \text{ 再出}$$

であって、 a_H, b_H はそれぞれ (3) 式であらわすことができるのであるから、(3) 式のかわりに (4), (5) 式を用い、これらを組合わせてかつ整理をすれば、次式をうる。

$$\frac{1}{d_{7.3}} = 0.005031 + 0.9498 \frac{1}{D_{1.3}} - 0.02792 \frac{1}{H - 7.3} + 3.1583 \frac{1}{(H - 7.3) D_{1.3}} \quad \dots (6)$$

(6) 式が、測定高 7.3m の場合に、一般に観測値によく適合することは、第 2 図・第 3 図によって既に証明せられていているところである。

II 基本実験式の誘導

I で、実験式として (6) 式を誘導したが、(6) 式は測定高が 7.3m である場合の、胸高直径と上部直径との関係式であった。以下、測定高が 7.3m と異なる場合にも一般に適用し得べき基本実験式を誘導しよう。

いま、測定高を一般に d 、全樹高を H とすれば、測定高以上の樹高 (h) は $H - d$ である。この符号を用いて (6) 式を一般化すると次のとおりである。

$$\frac{1}{d} = k + \frac{l}{D} + \frac{m}{h} + \frac{n}{hD} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし k, l, m, n は定数とする。次に、

$m = M d, k = K + M, n = N d, l = L + N$ として (7) 式に代入し、整理すると次式をえる。

$$\frac{1}{d} = K + \frac{1}{D} \cdot L + \frac{H}{h} \cdot M + \frac{H}{D h} \cdot N \quad \dots\dots\dots (8)$$

(8) 式をこの研究での基本実験式とすることとする。ただし (8) 式が、測定高がかわっても観測値に適合することは、以下の研究でこれを立証しなければならないことはいままでの間でもないことである。

III 実験式の定数の求め方

基本実験式、(8) 式の定数を、観測値を用いて求める方法はさしづめ次の 2 方法が考えられる。

- 1 等しい測定高の上にある観測値を用いて定数を求める方法
- 2 梢端から等しい距離にある観測値を用いて定数を求める方法

以下順を追って詳述する。

1 等しい測定高の上にある観測値を用いる場合

測定高別の定数 k, l, m, n の求めかた 基本実験式 (8) において、 $H = h + d$ として整理すると、元の (7) 式をうることは論をまたない。

$$\frac{1}{d} = k + \frac{l}{D} + \frac{m}{h} + \frac{n}{hD} \quad \dots\dots\dots (7) \text{ 再出}$$

以下しばらく (7) 式は測定高が変わっても成立するものとして、観測値を用いて、各胸高直径階に属する本数を重みとして、(7) 式の定数、 k, l, m, n を、測定高 2.3m, 3.3m……26.3m にわたって求めたところ、第 5 表の初値欄の値を得た。第 5 表以下の諸計算はすべて HIPAC 103 によったものである。

かくのごとく、(7) 式の定数 k, l, m, n は、測定高が異なればそれに伴って異なるものである。しかし、かく異

第 5 表 (7) 式の定数 k, l, m, n および (8) 式の定数 K, L, M, N の表
 Table 5. Constants, k, l, m, n , of Formula (7), and K, L, M, N of Formula (8)

Height of measurement	k		l		m		n		K	L	M	N
	The first value	The last value	The first value	The last value	The first value	The last value	The first value	The last value				
0.3	-0.0013	-0.0024	0.7662	0.8087	0.0311	0.0496	0.7245	0.0288	-0.0174	0.5143	0.0181	0.4725
2.3	0.0005	0.0007	0.9857	0.9868	0.0216	0.0181	0.4537	0.4725	-0.0074	0.4840	0.0088	0.4939
3.3	0.0015	0.0014	0.9707	0.9779	0.0171	0.0176	1.0633	0.9878	-0.0020	0.4738	0.0038	0.5038
4.3	0.0019	0.0018	0.9642	0.9776	0.0137	0.0114	1.6055	1.5114	0.0031	0.4892	-0.0007	0.4982
5.3	0.0023	0.0024	0.9853	0.9874	0.0006	-0.0028	1.9762	1.9926	0.0022	0.5130	0.0004	0.4698
6.3	0.0023	0.0026	0.9851	0.9829	0.0077	0.0021	2.2733	2.3492	0.0041	0.4755	-0.0005	0.4830
7.3	0.0040	0.0036	0.9554	0.9585	-0.0124	-0.0030	3.0250	2.8983	0.0022	0.5600	0.0006	0.4315
8.3	0.0025	0.0028	1.0117	1.0166	0.0024	0.0045	2.9282	3.0205	-0.0005	0.5937	0.0028	0.3965
9.3	0.0022	0.0024	1.0166	0.9902	0.0148	0.0226	3.1324	3.1721	-0.0051	0.6984	0.0055	0.3346
10.3	0.0007	0.0004	1.0521	1.0331	0.0361	0.0558	3.1016	3.0117	-0.0077	0.7375	0.0071	0.3039
11.3	-0.0001	-0.0005	1.0576	1.0414	0.0558	0.0712	3.1762	3.0394	-0.0086	0.7801	0.0075	0.2834
12.3	-0.0003	-0.0011	1.0794	1.0635	0.0606	0.0828	3.3740	3.1174	-0.0107	0.8057	0.0088	0.2572
13.3	-0.0006	-0.0019	1.0689	1.0629	0.0781	0.1056	3.4790	3.0866	-0.0099	0.7586	0.0087	0.2618
14.3	-0.0002	-0.0012	1.0350	1.0204	0.0920	0.1135	3.6864	3.4032	-0.0103	0.7935	0.0089	0.2420
15.3	-0.0010	-0.0014	1.0749	1.0354	0.1054	0.1242	3.5911	3.3873	-0.0130	0.8247	0.0105	0.2048
16.3	-0.0016	-0.0026	1.0365	1.0294	0.1392	0.1570	3.3613	3.0717	-0.0135	0.8564	0.0106	0.1867
17.3	-0.0031	-0.0029	1.0889	1.0431	0.1596	0.1702	3.0845	2.9866	-0.0142	0.8694	0.0107	0.1847
18.3	-0.0026	-0.0035	1.0224	1.0541	0.1773	0.1810	3.2431	3.1401	-0.0149	0.9836	0.0122	0.1392
19.3	-0.0040	-0.0027	1.0160	0.9804	0.2284	0.2193	2.2206	2.5059	-0.0218	1.0470	0.0142	0.0759
20.3	-0.0091	-0.0076	1.1829	1.1228	0.2760	0.2706	1.1896	1.4411	-0.0135	0.8258	0.0128	0.1044
21.3	-0.0047	-0.0007	1.0863	0.9302	0.2667	0.2558	1.6046	2.0879	-0.0436	1.9477	0.0172	-0.0588
22.3	-0.0217	-0.0264	1.6907	1.8888	0.3432	0.3613	-0.6028	-1.2347	-0.0467	2.0508	0.0164	-0.0380
23.3	-0.0171	-0.0303	1.5233	2.0128	0.3168	0.3604	0.6014	-0.8358	-0.0281	1.5123	0.0102	0.1875
24.3	0.0141	-0.0179	0.4563	1.6997	0.1366	0.2333	7.7767	4.3115	-0.0823	3.7805	0.0081	0.2652
25.3	-0.0583	-0.0742	3.5442	4.0457	0.1679	0.1949	6.8749	6.3646	0.5403	-21.5404	-0.0302	1.7960
26.3	0.6201	0.5101	-0.2396	-0.1974	-0.9299	-0.7537	51.3229	44.8997				

るのは、(7) 式を適用したからであって、もし (8) 式を各測定高を通じて適用しておれば、定数 K, L, M, N は各測定高を通じてほぼ一定ではあるまいかとの疑が生ずる。 k, l, m, n を K, L, M, N に換算することはきわめて容易であって、(8) 式の H に $h+\Delta$ を入れれば (7) 式がえられるのであるから、(7)、(8) 両式の定数の間には次の関係がある。

$$K = k - M, \quad L = l - N, \quad M = m/\Delta, \quad N = n/\Delta$$

上式で換算した K, L, M, N を第 5 表に併記したが、いぜんとして相当の変動があり、決して一定とはみなせない。ここで注目すべきことは、基本実験式 (8) において、 h が $H-1.3$ と等しくなり、 $(H-1.3)/h$ が 1 となれば、 $K+M=0, L+N=1$ となるべきことである。事実第 5 表においても、 $K+M$ は零に、 $L+N$ は 1 にほとんど等しいが、前者は、 k 、後者は l であるから、それぞれ等しいといってもかなりの差があり、変動がある。この変動がそのまま樹幹曲線の複雑さを示すものであろう。

定数 k, l, m, n の漸近法による修正 第 5 表における初値とは、(7) 式を仮定して最小自乗法によって定数值を求めたものである。しかるに吾人の求めんとする定数值は、(7) 式を、

$$d = \frac{Dh}{kDh + lh + mD + n} \dots\dots\dots (9)$$

としたときの、 d の残差の自乗の和を最小にする k, l, m, n の値である。故に (9) 式に反覆代入法を 5 回行ない、 k, l, m, n を修正して第 5 表に記載の終値を得た。

第 5 表の k, l, m, n の終値を用い、(7) 式によって、測定高別に、樹高階別・胸高直径階別に d を算出し、その観測値と計算値とを一図に示したのが第 5 図である。同図から (7) 式ならびに第 5 表の数値が、全測定高にわたって充分使用に耐えうることがわかるであろう。

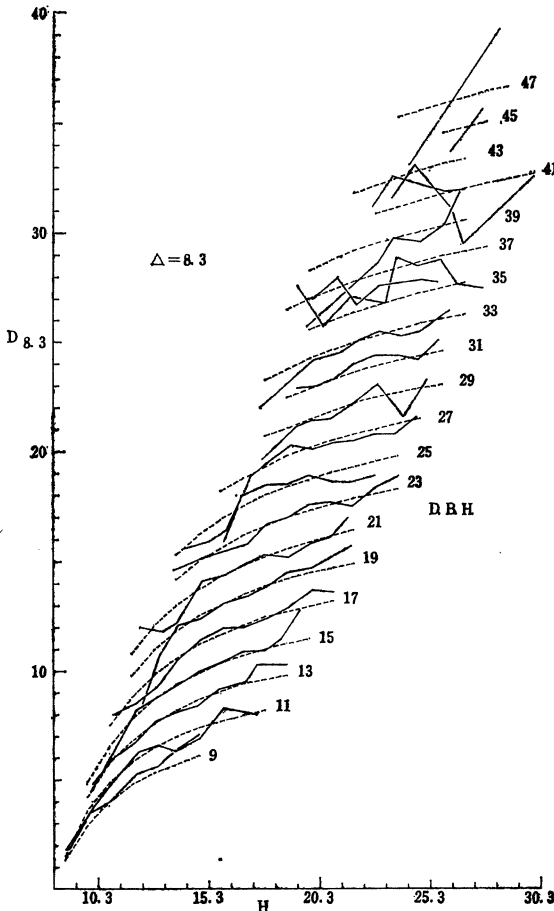


図 5 の 1

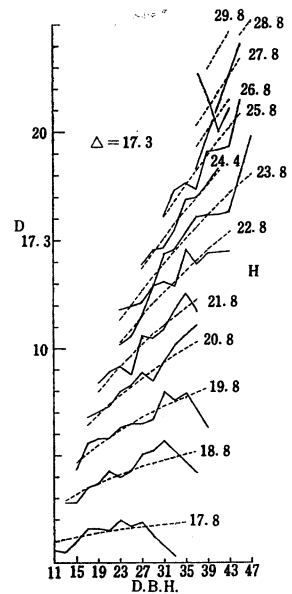


図 5 の 2

Fig. 5

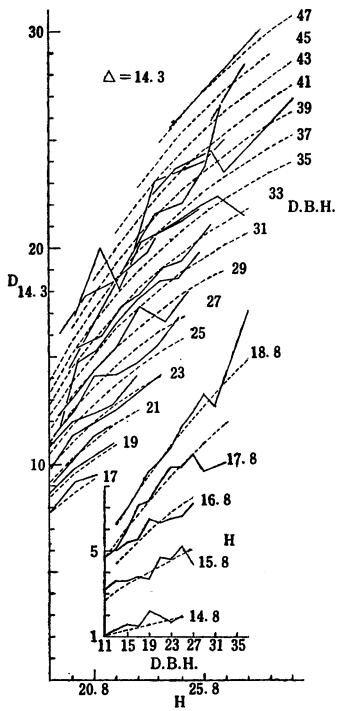


図 5 の 3

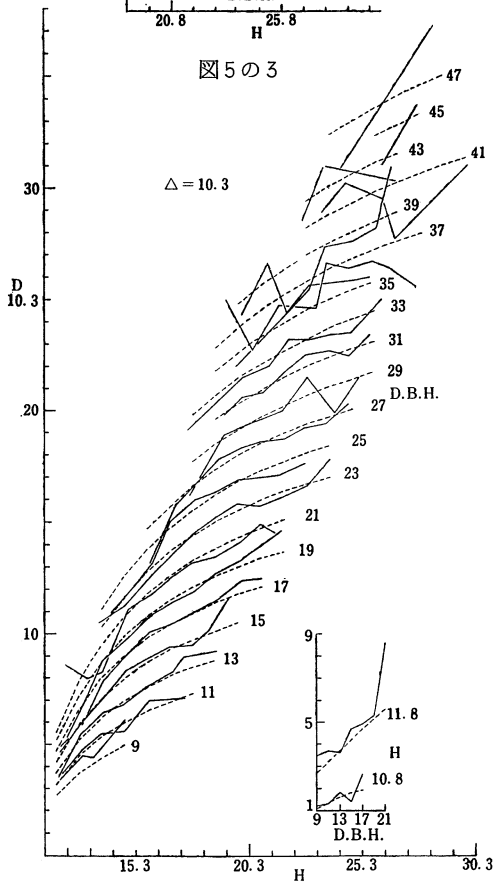


図 5 の 4

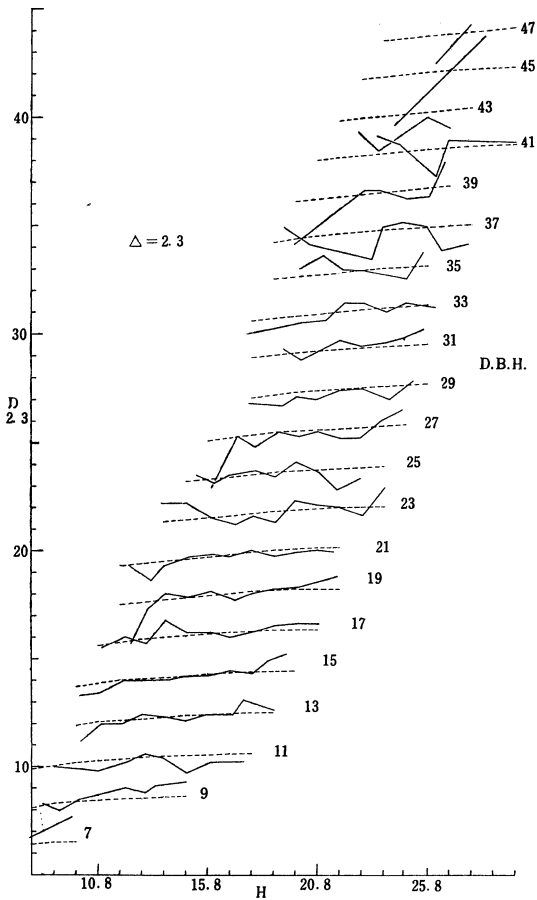
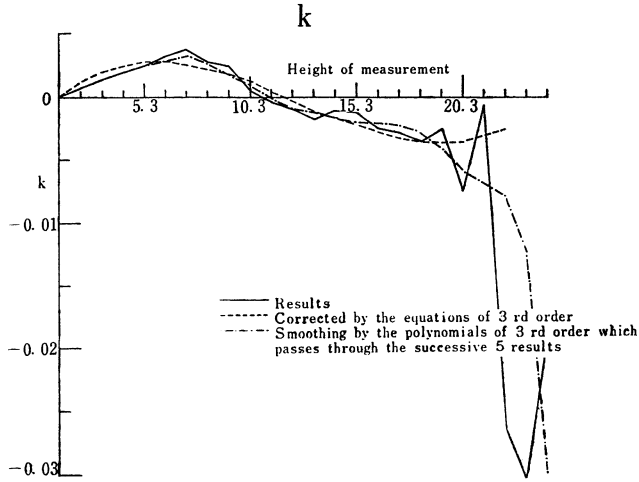


図 5 の 5

Fig. 5 (continued)

測定高の変化による定数 k, l, m, n の変化と、その修正 第5表の k, l, m, n の終値を縦軸に、測定高を横軸にとって図示すると、第6図のとおりであって定数 k, l, m, n は測定高と共に変化しているが、ことに測定高が $8.3m$ よりも高くなるにつれて、観測数が漸次少なくなり、自然、定数の変動が大きくなっている。そのため、定数値をそのまま使用して、全測定高にわたって上部直径の表を完成せしめると、測定高の低いところではともかく、測定高の高いところでは上部直径の変動が大きくなり、ひいては平滑でない幹曲線ができあがるであろう。それで、定数 k, l, m, n を測定高に関して平滑にしなければならない。



第6図 k, l, m, n の修正 (定数 (第5表) の測定高に対する回帰線)
 Fig. 6 Reglations of k, l, m, n in Table 5 (Regression lines of k, l, m, n on the height of measurement)

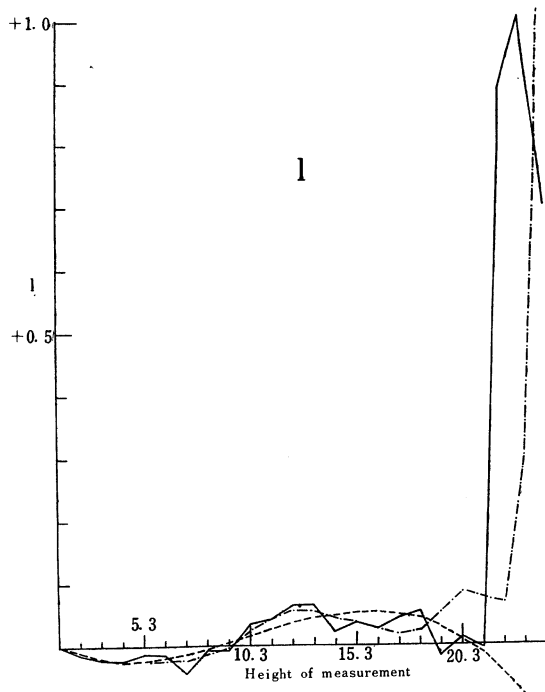
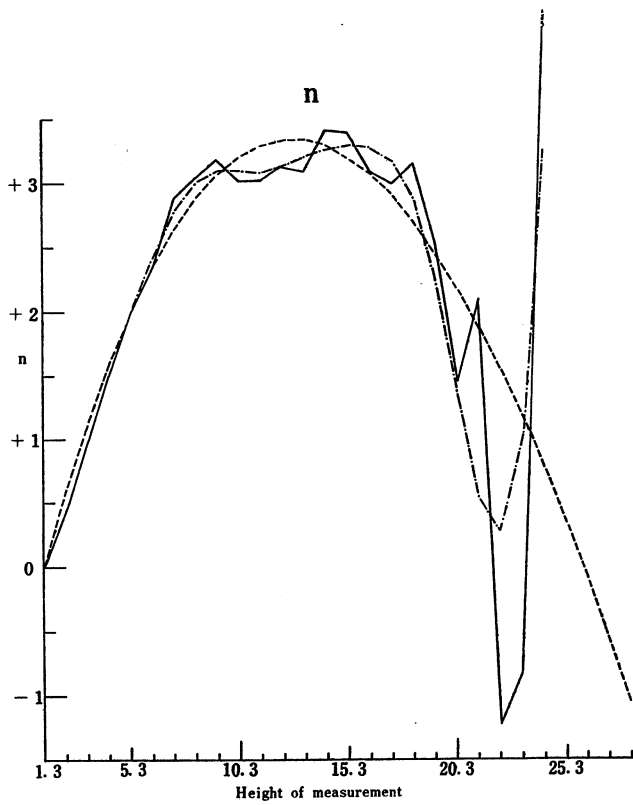
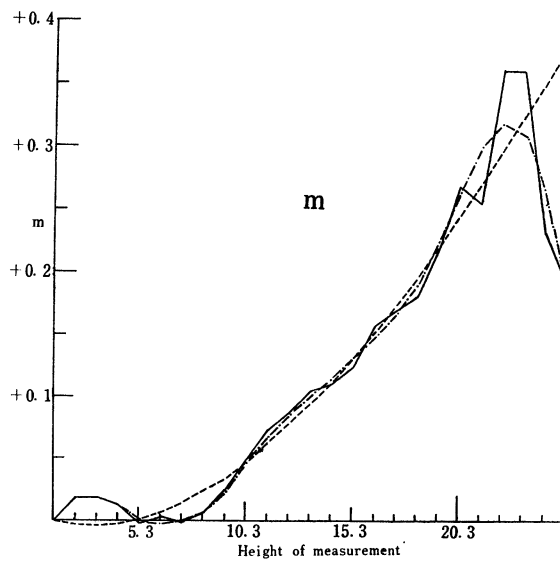


図 6 の 2



☒ 6 の 3



☒ 6 の 4

定数 k, l, m, n の変化は複雑であって、全域にわたって一度に平滑にする実験式を探求することは極めて困難である。かかる場合の一法は、これら26点をとる整多項式を仮定し、その定数を最小自乗法で求めることである。筆者は3次整多項式から初めて10次整多項式までを、HIPAC 103 で計算し、その定数を求め、逆に各測定高に対する k, l, m, n を求めて見た。その結果はきわめて不満足なものであって、3次整多項式においては、測定高の低いところから高いところまで大体において適合するが、細部では満足できない。次数を高めると、漸次、測定高の高いところの不規則な観測値の影響が、測定高の低いところの計算値にあらわれて、これまた満足することができない。これらの模様は第6図に示しておいた。

そこで筆者は、定数 k, l, m, n の曲線ごとに、連続する5点をとる3次の整多項式を仮定した曲線平滑法を行ない、この方法を5回行なって、第6表に記した結果を得た。第6図にもその結果を実線で示したが、ほぼ満足すべきものと考えるので、以後の計算にはこの結果を使用することとした。

細り表の作成とその精度 第6表の定数 k, l, m, n と(7)式を用いて、樹高階別・胸高直径階別に、上部直径を測定高別に算出して、いわゆる細り表を完成したが、それはほぼ満足すべきものであった。しかし後述す

第6表 定数 k, l, m, n , および上部直径の偏差平均値, 標準偏差

Table 6. Constants, k, l, m, n , and mean values of deviation and S.D. of upper diameters

Height of measurement	k	l	m	n	Mean value of deviation	Standard deviation
0.3	-0.00242	0.80866	0.04961	0.02884	-0.012	0.945
2.3	0.00068	0.98587	0.01723	0.47644	-0.034	0.300
3.3	0.00133	0.97905	0.01906	0.98661	0.034	0.314
4.3	0.00194	0.97631	0.01252	1.50310	0.053	0.334
5.3	0.00250	0.97494	0.00408	1.99721	0.043	0.322
6.3	0.00292	0.97459	-0.00110	2.43303	0.016	0.342
7.3	0.00302	0.97767	0.00034	2.77117	-0.001	0.353
8.3	0.00267	0.98732	0.00959	2.98487	0.008	0.357
9.3	0.00187	1.00417	0.02562	3.08005	-0.012	0.384
10.3	0.00080	1.02436	0.04556	3.10050	00.00	0.382
11.3	-0.00022	1.04124	0.06603	3.10636	0.011	0.402
12.3	-0.00097	1.04991	0.08466	3.13822	-0.007	0.407
13.3	-0.00143	1.05048	0.10100	3.19658	0.012	0.425
14.3	-0.00171	1.04605	0.11603	3.25490	-0.019	0.437
15.3	-0.00191	1.03773	0.13109	3.28855	-0.001	0.425
16.3	-0.00204	1.02508	0.14747	3.27789	-0.004	0.405
17.3	-0.00227	1.01457	0.16704	3.17131	0.028	0.368
18.3	-0.00298	1.02238	0.19261	2.86003	0.015	0.372
19.3	-0.00442	1.05552	0.22610	2.24217	0.017	0.376
20.3	-0.00605	1.08701	0.26497	1.37058	-0.081	0.416
21.3	-0.00687	1.07714	0.30017	0.55420	-0.105	0.435
22.3	-0.00742	1.06817	0.31882	0.28251	-0.094	0.498
23.3	-0.01220	1.29217	0.30986	1.01957	-0.000	0.443
24.3	-0.02998	2.18014	0.26704	3.07457	0.041	0.425
25.3	-0.07120	4.24025	0.18653	6.67388	0.101	0.388
26.3	-0.11242	6.30036	0.10602	10.27319	0.222	0.602
27.3	-0.15364	8.36047	0.02551	13.87250		
28.3	-0.19486	10.42058	-0.05500	17.47181		
29.3	-0.23608	12.48069	-0.13551	21.07112		

るとおり、2の方法および総合的な細り表の作り方があるので、ここでは表そのものは省略する。

ただ附記することは、かくして求めた上部直径は、測定高に関して平滑になるように修正した第6表の定数 k, l, m, n を用いているために、観測値と計算値との偏差の平均値は、必ずしも零とはならない。その程度を調べるために、各測定高別に、偏差の平均値 ($\frac{\sum x}{n}$; x : 観測値と計算値との偏差, n : 個数) および標準偏差を算出して、第6表に併記しておいた。各測定高別の偏差の平均値がほぼ零に近く、最大0.22cmであるから、定数 k, l, m, n の修正はほぼ妥当であったようである。

2 梢端から等しい距離にある観測値を用いる場合

基本実験式

$$\frac{1}{d} = K + \frac{1}{D} L + \frac{H}{h} M + \frac{H}{Dh} N \quad \dots\dots\dots (8) \text{ 再出}$$

において、 h を一定とした場合を考える。この場合は1の場合と異なり、梢端から等しい距離にある観測値(上

第7表 定数, k, l , および上部直径の偏差平均値, 標準偏差

Table 7. Constants, k, l , and mean value of deviation and S.D. of upper diameter

	k		l		Mean value of deviation		Standard deviation	
	The first value	The last value	The first value	The last value	The first value	The last value	The first value	The last value
3	-0.0110	-0.0262	0.3627	1.0012	-0.1076	-0.0773	1.140	1.129
4	0.0518	0.0396	-2.3237	-1.8355	-0.2233	-0.1650	0.931	0.917
5	0.0431	0.0417	-1.8665	-1.8548	-0.2770	-0.1854	0.830	0.822
6	0.0066	0.0161	-0.3242	-0.7096	-0.0955	-0.0331	0.656	0.645
7	-0.0010	0.0015	0.0949	-0.0140	-0.1915	-0.1331	0.831	0.828
8	-0.0032	-0.0024	0.2398	0.1961	-0.2155	-0.1603	0.807	0.805
9	0.0000	-0.0007	0.1799	0.1891	-0.2043	-0.1521	0.730	0.727
10	-0.0007	-0.0016	0.2497	0.2662	-0.1699	-0.1228	0.642	0.639
11	-0.0005	-0.0016	0.2924	0.3169	-0.1406	-0.1031	0.592	0.588
12	0.0017	0.0006	0.2515	0.2798	-0.1495	-0.1148	0.578	0.574
13	0.0015	0.0008	0.2908	0.3022	-0.1263	-0.0900	0.550	0.547
14	0.0002	-0.0003	0.3694	0.3790	-0.0945	-0.0715	0.429	0.427
15	-0.0009	-0.0014	0.4247	0.4353	-0.0906	-0.0703	0.462	0.461
16	-0.0007	-0.0016	0.4588	0.4636	-0.0727	-0.0613	0.438	0.433
17	-0.0010	-0.0018	0.4693	0.4870	-0.0737	-0.0612	0.392	0.389
18	-0.0017	-0.0024	0.5057	0.5245	-0.0611	-0.0515	0.406	0.402
19	-0.0020	-0.0029	0.5285	0.5511	-0.0566	-0.0502	0.404	0.398
20	-0.0023	-0.0031	0.5479	0.5672	-0.0597	-0.0467	0.408	0.402
21	-0.0028	-0.0034	0.5713	0.5852	-0.0608	-0.0376	0.404	0.398
22	-0.0029	-0.0039	0.5851	0.6088	-0.0581	-0.0342	0.465	0.453
23	-0.0037	-0.0048	0.6144	0.6369	-0.0637	-0.0294	0.454	0.440
24	-0.0046	-0.0056	0.6432	0.6595	-0.0757	-0.0157	0.478	0.465
25	-0.0057	-0.0061	0.6740	0.6776	-0.0756	-0.0028	0.467	0.459
26	-0.0069	-0.0070	0.7090	0.7008	-0.0812	-0.0119	0.432	0.421
27	-0.0076	-0.0071	0.7303	0.7069	-0.0761	0.0243	0.395	0.381
28	-0.0141	-0.0073	0.9354	0.7281	-0.2600	0.0345	0.478	0.269

部直径)は、樹高が異なれば必ず異なる測定高上にあるということである。故に $h=H-1.3$ となることもしばしばありうるはずである。もし $h=H-1.3$ となれば $d=D$ となるから $K+M=0, L+N=1$ とならなければならない。これを (8) 式に代入して整理すると、

$$\frac{1}{d} = k \left(1 - \frac{H}{h} \right) + l \left(\frac{1}{D} - \frac{H}{kD} \right) + \frac{H}{hD} \dots\dots\dots (10)$$

となる。

以下すべて 1 に準じて計算を進めることとする。

まず、1 で使用したのと同じ観測値を用い、梢端から $h=0.5\text{m}, 1.5\text{m}, 2.5\text{m}, \dots\dots$ ごとに (10) 式の定数 k, l を、重みつきで最小自乗法で求めたところ、第 7 表の初値を得た。1 と同じ理由から反復代入法を 5 回適用して、第 7 表の終値を得た。

この終値と、(10) 式とを用いて、梢端からの距離別に、上部直径の観測値と計算値との関係を図示すると 7 図のとおりであるが、その偏差関係はほぼ満足できると思うから、(10) 式も充分この目的に使用できるものと思う。なお、梢端からの距離別に、上部直径の観測値と計算値との偏差の平均値および標準偏差を第 7 表に併記したが、いずれも小さい。

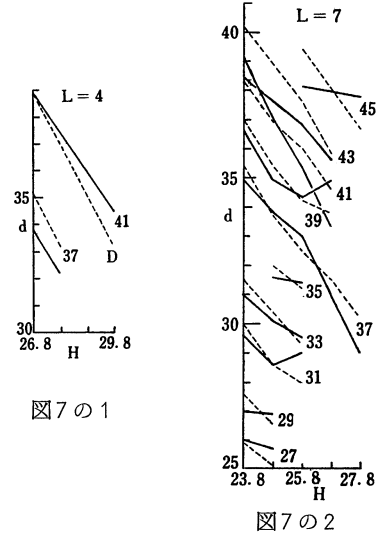


図 7 の 1

図 7 の 2

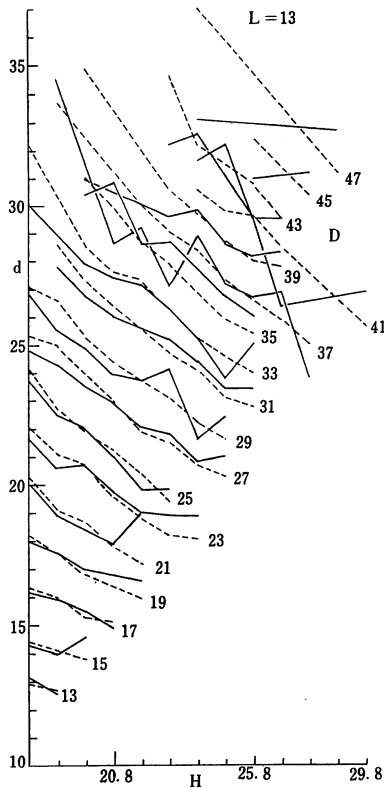


図 7 の 3

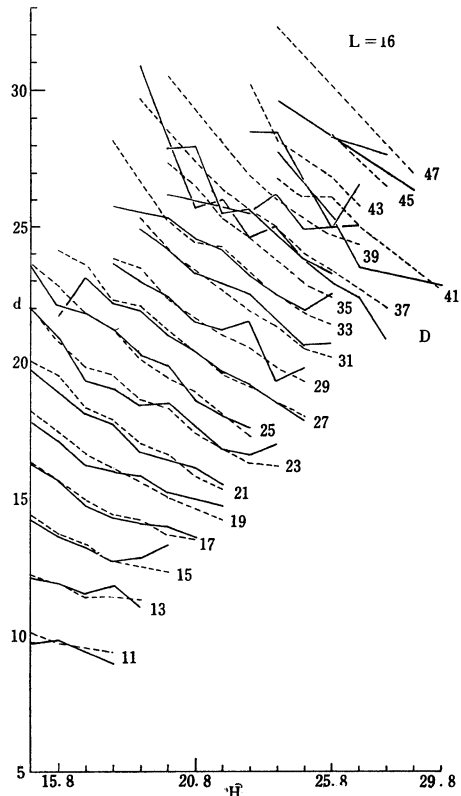


図 7 の 4

Fig. 7

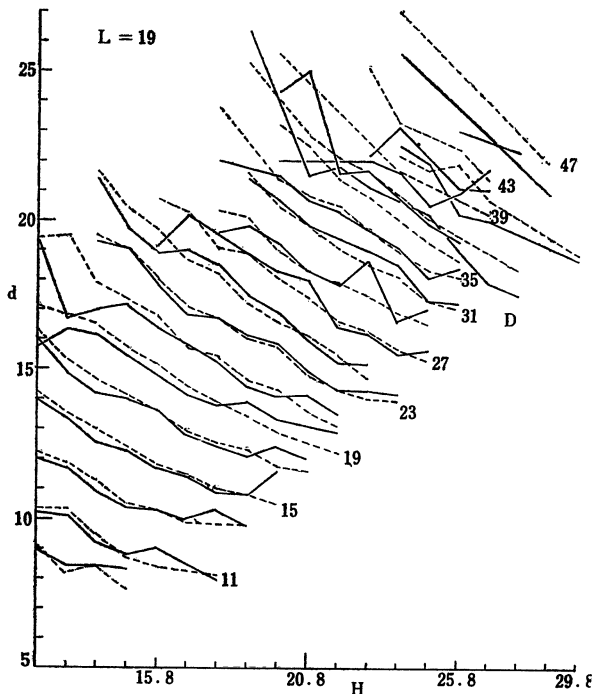


図 7 の 5

Fig. 7 (continued)

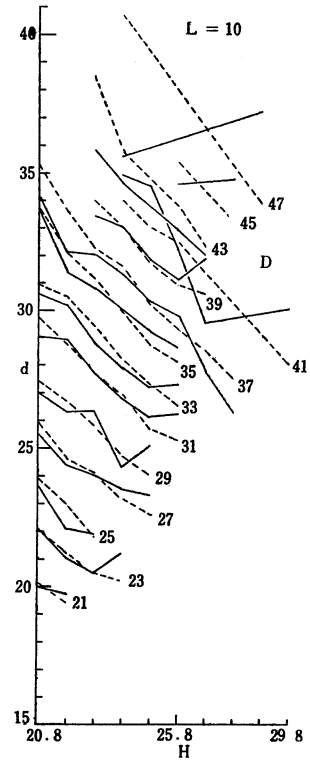


図 7 の 6

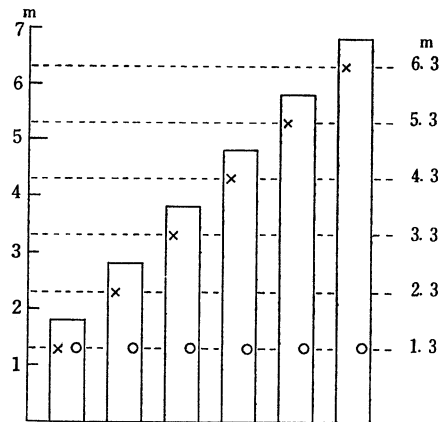
次に第7表の k, l (終値) は、2つとも、梢端からの距離が変わるに従ってその大きさが変わる。この不規則な変化を平滑にするため、1に準じて連続する5点を通る3次の整多項式による平滑法を行ない、以後の計算はすべてこの結果を使用することとした。

以上によって、1と同様に、第7表の修正した k, l と、(10) 式とを用いて、1で得たのとほぼ等しい細り表を作成することができる。

IV 総合的な細り表の作り方

IIIで、基本実験式(8)の定数の求め方を2つ述べた。かくして求めた2組の定数のうちいづれを用いても、それぞれ1組の細り表を作りうることを説明した。しかし、この2組の定数には、それぞれ相反する欠陥を内蔵している。以下それらを詳述して、この2組の定数を用いて、総合的な細り表の作り方を述べる。

第8図は樹高が1.8m, 2.8m, …… 5.8m, 6.8mの6本の個樹を表わしている。いま、各個樹の共通の測定高を1.3m, 2.3m, …… 6.3mとすれば、IIIの1の方法、すなわち等しい測定高の上にある観測値を用いて定数を求める方法とは、たとえば、第8図で○印の観測値を用いて1連の定数を求め、これを順次並行的に上下方向に行う方法である。この方法では、図から明らかとなり、下方



第 8 図

第8表 スギのテーパテーブル

Table 8. Taper table of Sugi (*Cryptomeria japonica* D. Don.)

		$H=7.8$ ← Total height						
		DB=	7.	9.	11.	13.	15.	← Diameter breast high
Height of measurement →	2.3=		6.4	8.3	10.0	11.8	13.6	
	3.3=		5.8	7.4	9.0	10.6	12.2	
	4.3=		5.1	6.5	7.9	9.2	10.6	← Upper diameter
	5.3=		4.2	5.3	6.4	7.5	8.6	
	6.3=		3.0	3.8	4.6	5.3	6.1	
	7.3=		1.3	1.6	1.9	2.2	2.5	

		$H=8.8$						
		DB=	7.	9.	11.	13.	15.	17.
	2.3=		6.5	8.4	10.2	12.0	13.8	15.6
	3.3=		6.0	7.7	9.3	11.0	12.6	14.2
	4.3=		5.4	6.9	8.4	9.8	11.3	12.7
	5.3=		4.7	6.0	7.3	8.5	9.8	11.0
	6.3=		3.8	4.9	5.9	6.9	7.9	8.9
	7.3=		2.7	3.4	4.1	4.8	5.5	6.2
	8.3=		1.1	1.4	1.7	2.0	2.2	2.5

		$H=9.8$							
		DB=	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.
	2.3=		6.6	8.4	10.3	12.1	13.9	15.7	17.5
	3.3=		6.1	7.8	9.5	11.2	12.9	14.5	16.1
	4.3=		5.6	7.2	8.7	10.3	11.8	13.3	14.8
	5.3=		5.0	6.4	7.8	9.2	10.5	11.9	13.2
	6.3=		4.4	5.6	6.8	7.9	9.1	10.2	11.4
	7.3=		3.6	4.5	5.5	6.4	7.3	8.2	9.1
	8.3=		2.5	3.2	3.8	4.4	5.0	5.6	6.2
	9.3=		1.0	1.3	1.5	1.8	2.0	2.2	2.4

		$H=10.8$								
		DB=	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.
	2.3=		6.6	8.5	10.3	12.2	14.0	15.9	17.7	19.5
	3.3=		6.2	8.0	9.7	11.4	13.1	14.8	16.4	18.1
	4.3=		5.8	7.4	9.0	10.6	12.1	13.7	15.2	16.8
	5.3=		5.3	6.8	8.2	9.7	11.1	12.5	13.9	15.3
	6.3=		4.7	6.1	7.4	8.6	9.9	11.2	12.4	13.6
	7.3=		4.1	5.2	6.3	7.4	8.5	9.6	10.6	11.6
	8.3=		3.3	4.2	5.1	6.0	6.8	7.6	8.4	9.2
	9.3=		2.3	3.0	3.5	4.1	4.6	5.2	5.7	6.2
	10.3=		1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4

		$H=11.8$									
		DB=	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.
	2.3=		6.7	8.5	10.4	12.3	14.1	16.0	17.8	19.6	21.4
	3.3=		6.3	8.1	9.8	11.5	13.3	15.0	16.7	18.4	20.0
	4.3=		5.9	7.5	9.2	10.8	12.4	14.0	15.6	17.2	18.7
	5.3=		5.5	7.0	8.5	10.0	11.5	13.0	14.5	15.9	17.4
	6.3=		5.0	6.4	7.8	9.2	10.5	11.9	13.2	14.5	15.8
	7.3=		4.5	5.7	7.0	8.2	9.4	10.5	11.7	12.9	14.0
	8.3=		3.9	4.9	6.0	7.0	8.0	9.0	9.9	10.9	11.8
	9.3=		3.2	4.0	4.8	5.6	6.4	7.1	7.8	8.5	9.2
	10.3=		2.2	2.8	3.3	3.8	4.3	4.8	5.2	5.7	6.1
	11.3=		0.9	1.1	1.3	1.5	1.7	1.8	2.0	2.2	2.3

H=12.8

DB=	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.	25.
2.3=	6.7	8.6	10.5	12.3	14.2	16.0	17.9	19.7	21.5	23.4
3.3=	6.3	8.1	9.9	11.7	13.4	15.1	16.9	18.6	20.3	22.0
4.3=	6.0	7.7	9.3	11.0	12.6	14.3	15.9	17.5	19.1	20.7
5.3=	5.6	7.2	8.8	10.3	11.8	13.4	14.9	16.4	17.9	19.4
6.3=	5.2	6.7	8.1	9.5	11.0	12.4	13.8	15.2	16.5	17.9
7.3=	4.8	6.1	7.4	8.7	10.0	11.3	12.5	13.8	15.0	16.2
8.3=	4.3	5.5	6.6	7.7	8.9	10.0	11.1	12.1	13.2	14.2
9.3=	3.7	4.7	5.7	6.6	7.6	8.5	9.3	10.2	11.1	11.9
10.3=	3.0	3.8	4.5	5.3	6.0	6.7	7.3	8.0	8.6	9.2
11.3=	2.1	2.6	3.1	3.6	4.0	4.5	4.9	5.3	5.6	6.0
12.3=	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.7	1.8	2.0	2.1	2.2

H=13.8

DB=	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.	25.	27.
2.3=	6.7	8.6	10.5	12.4	14.2	16.1	17.9	19.8	21.6	23.5	25.3
3.3=	6.4	8.2	10.0	11.8	13.5	15.3	17.0	18.7	20.5	22.2	23.9
4.3=	6.1	7.8	9.5	11.2	12.8	14.5	16.1	17.8	19.4	21.0	22.6
5.3=	5.7	7.3	8.9	10.5	12.1	13.7	15.2	16.8	18.3	19.8	21.3
6.3=	5.4	6.9	8.4	9.9	11.3	12.8	14.2	15.7	17.1	18.5	19.9
7.3=	5.0	6.4	7.8	9.1	10.5	11.8	13.1	14.5	15.8	17.0	18.3
8.3=	4.6	5.8	7.1	8.3	9.5	10.7	11.9	13.1	14.2	15.4	16.5
9.3=	4.1	5.2	6.3	7.4	8.4	9.5	10.5	11.5	12.4	13.4	14.3
10.3=	3.5	4.5	5.4	6.3	7.2	8.0	8.8	9.6	10.4	11.2	11.9
11.3=	2.9	3.6	4.3	5.0	5.7	6.3	6.9	7.5	8.0	8.6	9.1
12.3=	2.0	2.5	3.0	3.4	3.8	4.2	4.6	4.9	5.3	5.6	5.9
13.3=	0.8	1.0	1.2	1.3	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.1	2.2

H=14.8

DB=	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.	25.	27.	29.
2.3=	6.7	8.6	10.5	12.4	14.3	16.1	18.0	19.9	21.7	23.5	25.4	27.2
3.3=	6.4	8.2	10.0	11.8	13.6	15.4	17.1	18.9	20.6	22.3	24.1	25.8
4.3=	6.1	7.9	9.6	11.3	13.0	14.6	16.3	18.0	19.6	21.3	22.9	24.5
5.3=	5.8	7.5	9.1	10.7	12.3	13.9	15.5	17.1	18.6	20.2	21.7	23.2
6.3=	5.5	7.0	8.6	10.1	11.6	13.1	14.6	16.1	17.5	19.0	20.5	21.9
7.3=	5.2	6.6	8.0	9.4	10.9	12.2	13.6	15.0	16.4	17.7	19.0	20.4
8.3=	4.8	6.1	7.4	8.7	10.0	11.3	12.6	13.8	15.0	16.2	17.4	18.6
9.3=	4.4	5.6	6.8	8.0	9.1	10.2	11.3	12.4	13.5	14.6	15.6	16.6
10.3=	3.9	5.0	6.0	7.1	8.1	9.0	10.0	10.9	11.8	12.7	13.5	14.4
11.3=	3.4	4.3	5.2	6.0	6.8	7.6	8.4	9.1	9.8	10.5	11.2	11.8
12.3=	2.8	3.5	4.1	4.8	5.4	5.9	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0
13.3=	1.9	2.4	2.8	3.2	3.6	4.0	4.3	4.6	4.9	5.2	5.5	5.8
14.3=	0.8	0.9	1.1	1.2	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1

H=15.8

DB=	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.	25.	27.	29.	31.
2.3=	6.7	8.6	10.5	12.4	14.3	16.2	18.1	19.9	21.8	23.6	25.4	27.3	29.1
3.3=	6.5	8.3	10.1	11.9	13.7	15.5	17.2	19.0	20.7	22.5	24.2	25.9	27.6
4.3=	6.2	7.9	9.7	11.4	13.1	14.8	16.5	18.1	19.8	21.5	23.1	24.7	26.4
5.3=	5.9	7.6	9.2	10.8	12.5	14.1	15.7	17.3	18.9	20.5	22.0	23.6	25.1
6.3=	5.6	7.2	8.7	10.3	11.8	13.4	14.9	16.4	17.9	19.4	20.9	22.4	23.8
7.3=	5.3	6.8	8.3	9.7	11.2	12.6	14.0	15.4	16.9	18.2	19.6	21.0	22.4
8.3=	5.0	6.4	7.7	9.1	10.4	11.8	13.1	14.4	15.7	16.9	18.2	19.5	20.7
9.3=	4.6	5.9	7.2	8.4	9.6	10.8	12.0	13.2	14.4	15.5	16.6	17.7	18.8
10.3=	4.2	5.4	6.5	7.6	8.7	9.8	10.8	11.9	12.9	13.9	14.8	15.8	16.7
11.3=	3.8	4.8	5.8	6.8	7.7	8.6	9.5	10.4	11.2	12.0	12.8	13.6	14.4
12.3=	3.3	4.1	5.0	5.8	6.5	7.3	8.0	8.6	9.3	9.9	10.6	11.2	11.7
13.3=	2.6	3.3	3.9	4.5	5.1	5.7	6.2	6.7	7.1	7.6	8.0	8.4	8.8
14.3=	1.8	2.3	2.7	3.0	3.4	3.7	4.1	4.4	4.6	4.9	5.2	5.4	5.6
15.3=	0.7	0.9	1.0	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.0

H=16.8

DB=	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.	25.	27.	29.	31.	33.
2.3=	8.7	10.6	12.5	14.3	16.2	18.1	20.0	21.8	23.7	25.5	27.3	29.1	31.0
3.3=	8.3	10.1	12.0	13.7	15.5	17.3	19.1	20.8	22.6	24.3	26.0	27.7	29.5
4.3=	8.0	9.7	11.5	13.2	14.9	16.6	18.3	20.0	21.6	23.3	24.9	26.6	28.2
5.3=	7.6	9.3	11.0	12.6	14.3	15.9	17.5	19.1	20.7	22.3	23.9	25.4	27.0
6.3=	7.3	8.9	10.5	12.0	13.6	15.1	16.7	18.2	19.7	21.2	22.8	24.2	25.7
7.3=	6.9	8.4	9.9	11.4	12.9	14.4	15.8	17.3	18.7	20.1	21.5	22.9	24.3
8.3=	6.5	8.0	9.4	10.8	12.1	13.5	14.9	16.2	17.5	18.8	20.1	21.4	22.7
9.3=	6.1	7.5	8.8	10.0	11.3	12.6	13.8	15.0	16.2	17.4	18.6	19.8	20.9
10.3=	5.7	6.9	8.1	9.3	10.4	11.5	12.6	13.7	14.8	15.9	16.9	17.9	19.0
11.3=	5.2	6.3	7.4	8.4	9.4	10.4	11.4	12.3	13.2	14.1	15.0	15.9	16.7
12.3=	4.7	5.6	6.5	7.4	8.3	9.1	9.9	10.7	11.5	12.2	12.9	13.6	14.3
13.3=	4.0	4.8	5.5	6.2	6.9	7.6	8.2	8.9	9.5	10.0	10.6	11.1	11.6
14.3=	3.2	3.8	4.3	4.9	5.4	5.9	6.3	6.8	7.2	7.6	8.0	8.4	8.7
15.3=	2.2	2.5	2.9	3.2	3.6	3.9	4.1	4.4	4.6	4.9	5.1	5.3	5.5
16.3=	0.8	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.8	1.9	2.0

H=17.8

DB=	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.	25.	27.	29.	31.	33.	35.
2.3=	10.6	12.5	14.4	16.3	18.1	20.0	21.8	23.7	25.5	27.4	29.2	31.0	32.8
3.3=	10.2	12.0	13.8	15.6	17.4	19.1	20.9	22.7	24.4	26.1	27.9	29.6	31.3
4.3=	9.8	11.5	13.3	15.0	16.7	18.4	20.1	21.8	23.4	25.1	26.7	28.4	30.0
5.3=	9.4	11.1	12.7	14.4	16.0	17.7	19.3	20.9	22.5	24.1	25.7	27.3	28.8
6.3=	9.0	10.6	12.2	13.8	15.3	16.9	18.5	20.0	21.5	23.1	24.6	26.1	27.6
7.3=	8.6	10.1	11.6	13.1	14.6	16.1	17.6	19.0	20.5	21.9	23.4	24.8	26.2
8.3=	8.2	9.6	11.0	12.4	13.8	15.2	16.6	18.0	19.4	20.7	22.0	23.4	24.7
9.3=	7.7	9.0	10.4	11.7	13.0	14.3	15.6	16.8	18.1	19.3	20.6	21.8	23.0
10.3=	7.2	8.5	9.7	10.9	12.1	13.3	14.4	15.6	16.7	17.8	18.9	20.0	21.1
11.3=	6.7	7.8	8.9	10.0	11.1	12.1	13.2	14.2	15.2	16.2	17.1	18.1	19.0
12.3=	6.1	7.1	8.1	9.0	10.0	10.9	11.8	12.7	13.5	14.3	15.2	16.0	16.7
13.3=	5.4	6.3	7.1	7.9	8.7	9.5	10.2	11.0	11.7	12.3	13.0	13.6	14.2
14.3=	4.6	5.3	6.0	6.7	7.3	7.9	8.5	9.0	9.6	10.1	10.6	11.1	11.5
15.3=	3.6	4.2	4.7	5.2	5.6	6.1	6.5	6.9	7.2	7.6	7.9	8.3	8.6
16.3=	2.4	2.8	3.1	3.4	3.7	3.9	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4
17.3=	0.9	1.1	1.2	1.3	1.4	1.4	1.5	1.6	1.7	1.7	1.8	1.9	1.9

H=18.8

DB=	13.	15.	17.	19.	21.	23.	25.	27.	29.	31.	33.	35.	37.
2.3=	12.5	14.4	16.3	18.2	20.0	21.9	23.7	25.6	27.4	29.2	31.1	32.9	34.7
3.3=	12.0	13.9	15.6	17.4	19.2	21.0	22.7	24.5	26.2	27.9	29.7	31.4	33.1
4.3=	11.6	13.3	15.1	16.8	18.5	20.2	21.9	23.6	25.2	26.9	28.5	30.2	31.8
5.3=	11.1	12.8	14.5	16.1	17.8	19.4	21.1	22.7	24.3	25.9	27.5	29.1	30.6
6.3=	10.7	12.3	13.9	15.5	17.1	18.7	20.2	21.8	23.3	24.9	26.4	27.9	29.4
7.3=	10.3	11.8	13.3	14.8	16.4	17.9	19.3	20.8	22.3	23.8	25.2	26.6	28.1
8.3=	9.8	11.3	12.7	14.1	15.6	17.0	18.4	19.8	21.2	22.5	23.9	25.3	26.6
9.3=	9.3	10.7	12.0	13.4	14.7	16.0	17.3	18.6	19.9	21.2	22.5	23.7	25.0
10.3=	8.8	10.0	11.3	12.6	13.8	15.0	16.2	17.4	18.6	19.7	20.9	22.0	23.2
11.3=	8.2	9.4	10.5	11.7	12.8	13.9	15.0	16.1	17.1	18.2	19.2	20.2	21.2
12.3=	7.6	8.6	9.7	10.7	11.7	12.7	13.6	14.6	15.5	16.4	17.3	18.2	19.0
13.3=	6.9	7.8	8.7	9.6	10.5	11.3	12.2	13.0	13.8	14.5	15.3	16.0	16.7
14.3=	6.1	6.9	7.6	8.4	9.1	9.8	10.5	11.2	11.8	12.4	13.0	13.6	14.2
15.3=	5.1	5.8	6.4	7.0	7.6	8.1	8.6	9.2	9.6	10.1	10.6	11.0	11.4
16.3=	4.0	4.5	4.9	5.4	5.8	6.2	6.5	6.9	7.2	7.6	7.9	8.2	8.4
17.3=	2.7	3.0	3.2	3.5	3.7	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.1	5.3
18.3=	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.5	1.6	1.6	1.7	1.8	1.8	1.9

H=19.8

DB=	15.	17.	19.	21.	23.	25.	27.	29.	31.	33.	35.	37.	39.
2.3=	14.4	16.3	18.2	20.1	21.9	23.8	25.6	27.5	29.3	31.1	32.9	34.7	36.5
3.3=	13.9	15.7	17.5	19.3	21.1	22.8	24.6	26.3	28.0	29.7	31.4	33.1	34.8
4.3=	13.4	15.1	16.9	18.6	20.3	22.0	23.7	25.3	27.0	28.7	30.3	31.9	33.6
5.3=	12.9	14.6	16.3	17.9	19.6	21.2	22.8	24.4	26.1	27.7	29.3	30.8	32.4
6.3=	12.4	14.0	15.7	17.2	18.8	20.4	22.0	23.5	25.1	26.6	28.2	29.7	31.2
7.3=	11.9	13.5	15.0	16.6	18.1	19.6	21.1	22.6	24.1	25.5	27.0	28.5	29.9
8.3=	11.4	12.9	14.4	15.8	17.3	18.7	20.1	21.5	23.0	24.3	25.7	27.1	28.5
9.3=	10.9	12.3	13.7	15.1	16.4	17.8	19.1	20.4	21.7	23.0	24.3	25.6	26.9
10.3=	10.3	11.6	12.9	14.2	15.5	16.7	18.0	19.2	20.4	21.6	22.8	24.0	25.2
11.3=	9.7	10.9	12.1	13.3	14.5	15.6	16.8	17.9	19.0	20.1	21.2	22.2	23.3
12.3=	9.1	10.2	11.3	12.4	13.4	14.5	15.5	16.5	17.5	18.4	19.4	20.3	21.2
13.3=	8.4	9.4	10.3	11.3	12.2	13.2	14.1	14.9	15.8	16.6	17.4	18.3	19.0
14.3=	7.6	8.4	9.3	10.1	10.9	11.7	12.5	13.2	13.9	14.7	15.3	16.0	16.7
15.3=	6.6	7.4	8.1	8.8	9.5	10.1	10.7	11.3	11.9	12.5	13.0	13.6	14.1
16.3=	5.6	6.2	6.7	7.3	7.8	8.3	8.8	9.2	9.7	10.1	10.5	10.9	11.3
17.3=	4.3	4.7	5.2	5.5	5.9	6.3	6.6	6.9	7.2	7.5	7.8	8.0	8.3
18.3=	2.8	3.1	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.5	4.7	4.9	5.0	5.1
19.3=	1.1	1.2	1.2	1.3	1.4	1.5	1.5	1.6	1.6	1.7	1.7	1.8	1.8

H=20.8

DB=	17.	19.	21.	23.	25.	27.	29.	31.	33.	35.	37.	39.	41.
2.3=	16.4	18.2	20.1	22.0	23.8	25.7	27.5	29.3	31.1	32.9	34.7	36.5	38.3
3.3=	15.8	17.6	19.3	21.1	22.9	24.6	26.4	28.1	29.8	31.5	33.2	34.9	36.6
4.3=	15.2	16.9	18.7	20.4	22.1	23.8	25.4	27.1	28.8	30.4	32.0	33.7	35.3
5.3=	14.7	16.4	18.0	19.7	21.3	23.0	24.6	26.2	27.8	29.4	31.0	32.6	34.1
6.3=	14.2	15.8	17.4	19.0	20.6	22.1	23.7	25.3	26.8	28.4	29.9	31.4	33.0
7.3=	13.6	15.2	16.7	18.3	19.8	21.3	22.8	24.3	25.8	27.3	28.8	30.2	31.7
8.3=	13.1	14.6	16.1	17.5	19.0	20.4	21.9	23.3	24.7	26.1	27.5	28.9	30.3
9.3=	12.5	13.9	15.3	16.7	18.1	19.5	20.8	22.2	23.5	24.9	26.2	27.5	28.8
10.3=	11.9	13.3	14.6	15.9	17.2	18.5	19.7	21.0	22.2	23.5	24.7	25.9	27.1
11.3=	11.3	12.5	13.8	15.0	16.2	17.4	18.6	19.7	20.9	22.0	23.1	24.2	25.3
12.3=	10.6	11.8	12.9	14.0	15.1	16.2	17.3	18.3	19.4	20.4	21.4	22.4	23.4
13.3=	9.9	10.9	12.0	13.0	14.0	14.9	15.9	16.8	17.8	18.7	19.6	20.4	21.3
14.3=	9.1	10.0	10.9	11.8	12.7	13.6	14.4	15.2	16.0	16.8	17.6	18.3	19.0
15.3=	8.2	9.0	9.8	10.6	11.3	12.0	12.7	13.4	14.1	14.8	15.4	16.0	16.6
16.3=	7.1	7.8	8.5	9.1	9.7	10.3	10.9	11.4	12.0	12.5	13.0	13.5	14.0
17.3=	5.9	6.5	7.0	7.5	8.0	8.4	8.8	9.3	9.7	10.0	10.4	10.8	11.1
18.3=	4.6	5.0	5.3	5.7	6.0	6.3	6.6	6.9	7.2	7.4	7.7	7.9	8.1
19.3=	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.3	4.5	4.6	4.8	4.9	5.0
20.3=	1.1	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.5	1.5	1.6	1.6	1.7	1.7	1.8

H=21.8

DB=	19.	21.	23.	25.	27.	29.	31.	33.	35.	37.	39.	41.	43.
2.3=	18.3	20.1	22.0	23.9	25.7	27.5	29.4	31.2	33.0	34.8	36.6	38.4	40.1
3.3=	17.6	19.4	21.2	23.0	24.7	26.4	28.2	29.9	31.6	33.3	35.0	36.6	38.3
4.3=	17.0	18.8	20.5	22.2	23.9	25.5	27.2	28.9	30.5	32.1	33.8	35.4	37.0
5.3=	16.5	18.1	19.8	21.4	23.1	24.7	26.3	27.9	29.5	31.1	32.7	34.3	35.8
6.3=	15.9	17.5	19.1	20.7	22.3	23.9	25.4	27.0	28.6	30.1	31.6	33.2	34.7
7.3=	15.3	16.9	18.4	20.0	21.5	23.0	24.5	26.0	27.5	29.0	30.5	32.0	33.4
8.3=	14.8	16.3	17.7	19.2	20.7	22.1	23.6	25.0	26.5	27.9	29.3	30.7	32.1
9.3=	14.2	15.6	17.0	18.4	19.8	21.2	22.6	23.9	25.3	26.6	28.0	29.3	30.6
10.3=	13.5	14.9	16.2	17.6	18.9	20.2	21.5	22.8	24.0	25.3	26.6	27.8	29.0
11.3=	12.9	14.2	15.4	16.7	17.9	19.1	20.3	21.5	22.7	23.9	25.0	26.2	27.3
12.3=	12.2	13.4	14.5	15.7	16.8	18.0	19.1	20.2	21.2	22.3	23.4	24.4	25.4
13.3=	11.4	12.5	13.6	14.7	15.7	16.7	17.7	18.7	19.7	20.7	21.6	22.5	23.4
14.3=	10.6	11.6	12.6	13.5	14.5	15.4	16.3	17.2	18.0	18.9	19.7	20.5	21.3
15.3=	9.7	10.6	11.5	12.3	13.1	13.9	14.7	15.5	16.2	16.9	17.6	18.3	19.0
16.3=	8.7	9.5	10.2	10.9	11.6	12.3	13.0	13.6	14.2	14.8	15.4	16.0	16.5
17.3=	7.6	8.2	8.8	9.4	9.9	10.5	11.0	11.5	12.0	12.5	12.9	13.4	13.8
18.3=	6.3	6.7	7.2	7.7	8.1	8.5	8.9	9.3	9.6	10.0	10.3	10.6	10.9
19.3=	4.8	5.1	5.5	5.8	6.1	6.3	6.6	6.9	7.1	7.3	7.6	7.8	8.0
20.3=	3.1	3.3	3.5	3.7	3.8	4.0	4.2	4.3	4.4	4.6	4.7	4.8	4.9
21.3=	1.1	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.5	1.5	1.6	1.6	1.6	1.7	1.7

H=22.8

DB=	21.	23.	25.	27.	29.	31.	33.	35.	37.	39.	41.	43.	45.
2.3=	20.2	22.0	23.9	25.7	27.6	29.4	31.2	33.0	34.8	36.6	38.4	40.2	41.9
3.3=	19.5	21.3	23.0	24.8	26.5	28.2	30.0	31.7	33.3	35.0	36.7	38.3	40.0
4.3=	18.9	20.6	22.3	24.0	25.6	27.3	29.0	30.6	32.2	33.8	35.4	37.0	38.6
5.3=	18.2	19.9	21.6	23.2	24.8	26.4	28.1	29.6	31.2	32.8	34.4	35.9	37.5
6.3=	17.6	19.2	20.8	22.4	24.0	25.6	27.2	28.7	30.3	31.8	33.3	34.8	36.3
7.3=	17.0	18.6	20.1	21.7	23.2	24.7	26.2	27.8	29.2	30.7	32.2	33.7	35.1
8.3=	16.4	17.9	19.4	20.9	22.4	23.8	25.3	26.7	28.2	29.6	31.0	32.4	33.8
9.3=	15.8	17.2	18.7	20.1	21.5	22.9	24.3	25.7	27.0	28.4	29.8	31.1	32.4
10.3=	15.2	16.5	17.9	19.2	20.6	21.9	23.2	24.5	25.8	27.1	28.4	29.6	30.9
11.3=	14.5	15.8	17.1	18.3	19.6	20.8	22.1	23.3	24.5	25.7	26.9	28.1	29.2
12.3=	13.8	15.0	16.2	17.4	18.5	19.7	20.8	22.0	23.1	24.2	25.3	26.4	27.4
13.3=	13.0	14.1	15.3	16.3	17.4	18.5	19.5	20.6	21.6	22.6	23.6	24.6	25.5
14.3=	12.2	13.2	14.2	15.2	16.2	17.2	18.1	19.1	20.0	20.9	21.8	22.6	23.5
15.3=	11.3	12.2	13.1	14.0	14.9	15.8	16.6	17.4	18.2	19.0	19.8	20.6	21.3
16.3=	10.3	11.1	11.9	12.7	13.5	14.2	14.9	15.7	16.4	17.0	17.7	18.3	19.0
17.3=	9.2	9.9	10.6	11.2	11.9	12.5	13.1	13.7	14.3	14.8	15.4	15.9	16.4
18.3=	7.9	8.5	9.1	9.6	10.1	10.6	11.1	11.6	12.0	12.4	12.9	13.3	13.7
19.3=	6.5	7.0	7.4	7.8	8.2	8.6	8.9	9.3	9.6	9.9	10.2	10.5	10.8
20.3=	4.9	5.3	5.6	5.8	6.1	6.3	6.6	6.8	7.0	7.2	7.4	7.6	7.8
21.3=	3.2	3.4	3.5	3.7	3.8	4.0	4.1	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8
22.3=	1.1	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.5	1.5	1.5	1.6	1.6	1.7	1.7

H=23.8

DB=	23.	25.	27.	29.	31.	33.	35.	37.	39.	41.	43.	45.	47.
2.3=	22.0	23.9	25.8	27.6	29.4	31.2	33.1	34.9	36.7	38.4	40.2	42.0	43.7
3.3=	21.3	23.1	24.8	26.6	28.3	30.0	31.7	33.4	35.1	36.7	38.4	40.0	41.7
4.3=	20.7	22.4	24.0	25.7	27.4	29.0	30.7	32.3	33.9	35.5	37.1	38.7	40.3
5.3=	20.0	21.7	23.3	25.0	26.6	28.2	29.8	31.3	32.9	34.5	36.0	37.6	39.1
6.3=	19.4	21.0	22.6	24.2	25.7	27.3	28.9	30.4	31.9	33.4	35.0	36.4	37.9
7.3=	18.7	20.3	21.8	23.4	24.9	26.4	27.9	29.4	30.9	32.4	33.9	35.3	36.8
8.3=	18.1	19.6	21.1	22.6	24.1	25.5	27.0	28.4	29.9	31.3	32.7	34.1	35.5
9.3=	17.4	18.9	20.3	21.8	23.2	24.6	26.0	27.4	28.8	30.1	31.5	32.9	34.2
10.3=	16.8	18.2	19.5	20.9	22.3	23.6	24.9	26.3	27.6	28.9	30.2	31.5	32.7
11.3=	16.1	17.4	18.7	20.0	21.3	22.6	23.8	25.1	26.3	27.5	28.7	29.9	31.1
12.3=	15.4	16.6	17.8	19.0	20.2	21.4	22.6	23.8	24.9	26.1	27.2	28.3	29.4
13.3=	14.6	15.8	16.9	18.0	19.1	20.2	21.3	22.4	23.5	24.5	25.5	26.5	27.6
14.3=	13.8	14.8	15.9	16.9	18.0	19.0	20.0	20.9	21.9	22.8	23.8	24.7	25.6
15.3=	12.9	13.8	14.8	15.7	16.7	17.6	18.5	19.4	20.2	21.1	21.9	22.7	23.5
16.3=	11.9	12.8	13.6	14.5	15.3	16.1	16.9	17.7	18.4	19.2	19.9	20.6	21.3
17.3=	10.8	11.6	12.3	13.0	13.8	14.5	15.1	15.8	16.5	17.1	17.7	18.3	18.9
18.3=	9.6	10.2	10.9	11.5	12.1	12.7	13.2	13.8	14.3	14.8	15.3	15.8	16.3
19.3=	8.2	8.8	9.3	9.8	10.2	10.7	11.1	11.6	12.0	12.4	12.8	13.1	13.5
20.3=	6.7	7.1	7.5	7.9	8.2	8.6	8.9	9.2	9.5	9.8	10.1	10.4	10.6
21.3=	5.1	5.3	5.6	5.9	6.1	6.3	6.6	6.8	7.0	7.2	7.3	7.5	7.7
22.3=	3.2	3.4	3.5	3.7	3.8	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7
23.3=	1.1	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5	1.6	1.6	1.6	1.7

H=24.8

DB=	25.	27.	29.	31.	33.	35.	37.	39.	41.	43.	45.	47.
2.3=	23.9	25.8	27.6	29.5	31.3	33.1	34.9	36.7	38.5	40.3	42.0	43.8
3.3=	23.1	24.8	26.6	28.3	30.0	31.8	33.5	35.1	36.8	38.5	40.1	41.8
4.3=	22.4	24.1	25.8	27.5	29.1	30.8	32.4	34.0	35.6	37.2	38.8	40.3
5.3=	21.8	23.4	25.1	26.7	28.3	29.9	31.5	33.0	34.6	36.1	37.7	39.2
6.3=	21.1	22.7	24.3	25.9	27.5	29.0	30.5	32.1	33.6	35.1	36.6	38.0
7.3=	20.5	22.0	23.6	25.1	26.6	28.1	29.6	31.1	32.6	34.0	35.5	36.9
8.3=	19.8	21.3	22.8	24.3	25.7	27.2	28.7	30.1	31.5	33.0	34.4	35.8
9.3=	19.1	20.5	22.0	23.4	24.9	26.3	27.7	29.1	30.5	31.8	33.2	34.6
10.3=	18.4	19.8	21.2	22.6	23.9	25.3	26.7	28.0	29.3	30.6	32.0	33.3
11.3=	17.7	19.0	20.4	21.7	23.0	24.3	25.5	26.8	28.1	29.3	30.6	31.8
12.3=	17.0	18.2	19.5	20.7	21.9	23.2	24.4	25.5	26.7	27.9	29.1	30.2
13.3=	16.2	17.4	18.5	19.7	20.8	22.0	23.1	24.2	25.3	26.4	27.4	28.5
14.3=	15.3	16.4	17.5	18.6	19.7	20.7	21.7	22.8	23.8	24.8	25.7	26.7
15.3=	14.4	15.5	16.5	17.5	18.4	19.4	20.3	21.2	22.2	23.1	23.9	24.8

16.3=	13.5	14.4	15.3	16.2	17.1	17.9	18.8	19.6	20.4	21.2	22.0	22.8
17.3=	12.4	13.2	14.0	14.8	15.6	16.4	17.1	17.8	18.6	19.3	19.9	20.6
18.3=	11.2	11.9	12.6	13.3	14.0	14.6	15.3	15.9	16.5	17.1	17.7	18.3
19.3=	9.9	10.5	11.1	11.7	12.2	12.8	13.3	13.8	14.3	14.8	15.3	15.7
20.3=	8.5	9.0	9.4	9.9	10.3	10.8	11.2	11.6	12.0	12.3	12.7	13.0
21.3=	6.9	7.3	7.6	8.0	8.3	8.6	8.9	9.2	9.5	9.7	10.0	10.3
22.3=	5.1	5.4	5.6	5.9	6.1	6.3	6.5	6.7	6.9	7.1	7.3	7.4
23.3=	3.2	3.4	3.5	3.7	3.8	3.9	4.0	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
24.3=	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.5	1.5	1.5	1.6	1.6

H=25.8

<i>DB</i> =	27.	29.	31.	33.	35.	37.	39.	41.	43.	45.	47.
2.3=	25.8	27.7	29.5	31.3	33.2	35.0	36.8	38.5	40.3	42.1	43.9
3.3=	24.9	26.6	28.4	30.1	31.8	33.5	35.2	36.9	38.6	40.2	41.9
4.3=	24.1	25.8	27.5	29.2	30.8	32.5	34.1	35.7	37.3	38.9	40.5
5.3=	23.5	25.1	26.8	28.4	30.0	31.6	33.1	34.7	36.2	37.8	39.3
6.3=	22.9	24.5	26.0	27.6	29.1	30.7	32.2	33.7	35.2	36.7	38.2
7.3=	22.2	23.7	25.3	26.8	28.3	29.8	31.3	32.7	34.2	35.6	37.1
8.3=	21.5	23.0	24.5	25.9	27.4	28.9	30.3	31.7	33.2	34.6	36.0
9.3=	20.8	22.2	23.7	25.1	26.5	27.9	29.3	30.7	32.1	33.5	34.9
10.3=	20.0	21.5	22.9	24.2	25.6	27.0	28.3	29.7	31.0	32.4	33.7
11.3=	19.3	20.7	22.0	23.3	24.7	26.0	27.3	28.6	29.8	31.1	32.4
12.3=	18.6	19.9	21.1	22.4	23.6	24.9	26.1	27.3	28.5	29.7	30.9
13.3=	17.8	19.0	20.2	21.4	22.5	23.7	24.8	26.0	27.1	28.2	29.3
14.3=	16.9	18.1	19.2	20.3	21.4	22.5	23.5	24.6	25.6	26.6	27.7
15.3=	16.0	17.1	18.1	19.1	20.2	21.1	22.1	23.1	24.1	25.0	25.9
16.3=	15.1	16.0	17.0	17.9	18.8	19.7	20.6	21.5	22.4	23.2	24.1
17.3=	14.0	14.9	15.7	16.6	17.4	18.2	19.0	19.8	20.6	21.3	22.1
18.3=	12.8	13.6	14.4	15.1	15.9	16.6	17.3	18.0	18.6	19.3	20.0
19.3=	11.6	12.2	12.9	13.5	14.2	14.8	15.4	16.0	16.6	17.1	17.7
20.3=	10.2	10.8	11.3	11.8	12.4	12.9	13.4	13.9	14.3	14.8	15.2
21.3=	8.7	9.1	9.6	10.0	10.4	10.8	11.2	11.6	11.9	12.3	12.6
22.3=	7.0	7.3	7.7	8.0	8.3	8.6	8.9	9.2	9.4	9.7	9.9
23.3=	5.1	5.4	5.6	5.8	6.1	6.3	6.5	6.7	6.8	7.0	7.2
24.3=	3.2	3.4	3.5	3.6	3.8	3.9	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4
25.3=	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5	1.5

H=26.8

<i>DB</i> =	29.	31.	33.	35.	37.	39.	41.	43.	45.	47.
2.3=	27.7	29.6	31.4	33.2	35.0	36.8	38.6	40.4	42.2	43.9
3.3=	26.7	28.5	30.2	31.9	33.6	35.3	37.0	38.7	40.3	42.0
4.3=	25.9	27.6	29.2	30.9	32.5	34.2	35.8	37.4	39.0	40.6
5.3=	25.2	26.8	28.4	30.0	31.6	33.2	34.8	36.3	37.9	39.4
6.3=	24.5	26.1	27.7	29.2	30.8	32.3	33.8	35.3	36.8	38.3
7.3=	23.9	25.4	26.9	28.4	29.9	31.4	32.9	34.3	35.8	37.2
8.3=	23.2	24.7	26.2	27.6	29.1	30.5	31.9	33.4	34.8	36.2
9.3=	22.5	23.9	25.3	26.8	28.2	29.6	31.0	32.4	33.7	35.1
10.3=	21.7	23.1	24.5	25.9	27.3	28.7	30.0	31.4	32.7	34.0
11.3=	21.0	22.3	23.7	25.0	26.3	27.7	29.0	30.3	31.6	32.9
12.3=	20.2	21.5	22.8	24.1	25.3	26.6	27.8	29.1	30.3	31.5
13.3=	19.4	20.6	21.8	23.0	24.2	25.4	26.6	27.8	28.9	30.1
14.3=	18.5	19.7	20.8	22.0	23.1	24.2	25.3	26.4	27.5	28.5
15.3=	17.6	18.7	19.8	20.8	21.9	22.9	23.9	24.9	25.9	26.9
16.3=	16.7	17.7	18.6	19.6	20.6	21.5	22.5	23.4	24.3	25.2
17.3=	15.6	16.5	17.4	18.3	19.2	20.0	20.9	21.7	22.5	23.4
18.3=	14.4	15.3	16.1	16.9	17.7	18.5	19.2	20.0	20.7	21.4
19.3=	13.2	13.9	14.7	15.4	16.1	16.8	17.4	18.1	18.7	19.3
20.3=	11.9	12.5	13.1	13.8	14.4	14.9	15.5	16.1	16.6	17.1
21.3=	10.4	11.0	11.5	12.0	12.5	13.0	13.4	13.9	14.3	14.8
22.3=	8.8	9.2	9.7	10.1	10.5	10.8	11.2	11.6	11.9	12.3
23.3=	7.0	7.4	7.7	8.0	8.3	8.6	8.8	9.1	9.4	9.6
24.3=	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0	6.2	6.4	6.6	6.8	6.9
25.3=	3.2	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4.1	4.2	4.2
26.3=	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.3	1.4	1.4	1.4	1.5

H=27.8

<i>DB</i> =	31.	33.	35.	37.	39.	41.	43.	45.	47.
2.3=	29.6	31.5	33.3	35.1	36.9	38.7	40.5	42.2	44.0
3.3=	28.6	30.3	32.0	33.7	35.4	37.1	38.7	40.4	42.0
4.3=	27.7	29.4	31.0	32.7	34.3	35.9	37.5	39.1	40.7
5.3=	26.9	28.5	30.1	31.7	33.3	34.9	36.5	38.0	39.6
6.3=	26.2	27.8	29.3	30.9	32.4	34.0	35.5	37.0	38.5
7.3=	25.5	27.1	28.6	30.1	31.6	33.1	34.5	36.0	37.4
8.3=	24.9	26.4	27.8	29.3	30.7	32.1	33.6	35.0	36.4
9.3=	24.2	25.6	27.0	28.4	29.9	31.2	32.6	34.0	35.4
10.3=	23.4	24.8	26.2	27.6	29.0	30.3	31.7	33.0	34.4
11.3=	22.6	24.0	25.3	26.7	28.0	29.3	30.7	32.0	33.3
12.3=	21.8	23.1	24.4	25.7	27.0	28.3	29.6	30.8	32.1
13.3=	21.0	22.2	23.5	24.7	25.9	27.1	28.3	29.5	30.7
14.3=	20.1	21.3	22.5	23.7	24.8	25.9	27.1	28.2	29.3
15.3=	19.2	20.3	21.4	22.5	23.6	24.7	25.7	26.7	27.8
16.3=	18.3	19.3	20.3	21.3	22.3	23.3	24.3	25.2	26.2
17.3=	17.2	18.2	19.1	20.0	20.9	21.8	22.7	23.6	24.5
18.3=	16.1	16.9	17.8	18.6	19.5	20.3	21.1	21.9	22.7
19.3=	14.8	15.6	16.4	17.2	17.9	18.7	19.4	20.1	20.8
20.3=	13.6	14.3	15.0	15.6	16.3	16.9	17.6	18.2	18.8
21.3=	12.2	12.8	13.4	14.0	14.5	15.1	15.6	16.1	16.7
22.3=	10.6	11.1	11.6	12.1	12.6	13.0	13.5	13.9	14.4
23.3=	8.9	9.3	9.7	10.1	10.5	10.8	11.2	11.5	11.9
24.3=	7.1	7.4	7.7	8.0	8.3	8.5	8.8	9.1	9.3
25.3=	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0	6.2	6.4	6.5	6.7
26.3=	3.2	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4.0	4.1
27.3=	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.3	1.4	1.4	1.4

H=28.8

<i>DB</i> =	33.	35.	37.	39.	41.	43.	45.	47.
2.3=	31.5	33.3	35.1	36.9	38.7	40.5	42.3	44.1
3.3=	30.4	32.1	33.8	35.5	37.2	38.8	40.5	42.1
4.3=	29.5	31.1	32.8	34.4	36.0	37.6	39.2	40.8
5.3=	28.7	30.3	31.9	33.5	35.0	36.6	38.1	39.7
6.3=	27.9	29.4	31.0	32.6	34.1	35.6	37.1	38.6
7.3=	27.2	28.7	30.2	31.7	33.2	34.7	36.2	37.6
8.3=	26.5	28.0	29.5	30.9	32.4	33.8	35.2	36.6
9.3=	25.8	27.3	28.7	30.1	31.5	32.9	34.3	35.6
10.3=	25.1	26.5	27.9	29.3	30.6	32.0	33.3	34.7
11.3=	24.3	25.7	27.0	28.4	29.7	31.0	32.3	33.6
12.3=	23.5	24.8	26.1	27.4	28.7	30.0	31.2	32.5
13.3=	22.6	23.9	25.2	26.4	27.6	28.9	30.1	31.3
14.3=	21.7	23.0	24.1	25.3	26.5	27.7	28.8	30.0
15.3=	20.8	22.0	23.1	24.2	25.3	26.4	27.5	28.5
16.3=	19.9	20.9	22.0	23.0	24.0	25.0	26.1	27.0
17.3=	18.8	19.8	20.8	21.7	22.7	23.6	24.5	25.5
18.3=	17.7	18.6	19.5	20.4	21.2	22.1	23.0	23.8
19.3=	16.5	17.3	18.1	18.9	19.7	20.5	21.3	22.1
20.3=	15.2	16.0	16.7	17.4	18.2	18.9	19.6	20.2
21.3=	13.9	14.6	15.2	15.9	16.5	17.1	17.7	18.3
22.3=	12.4	13.0	13.5	14.1	14.7	15.2	15.7	16.2
23.3=	10.7	11.2	11.7	12.2	12.6	13.1	13.5	14.0
24.3=	9.0	9.4	9.7	10.1	10.5	10.8	11.2	11.5
25.3=	7.1	7.4	7.7	8.0	8.2	8.5	8.8	9.0
26.3=	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0	6.2	6.3	6.5
27.3=	3.2	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	3.9
28.3=	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.3	1.3	1.4

H=29.8

DB=	35.	37.	39.	41.	43.	45.	47.
2.3=	33.4	35.2	37.0	38.8	40.6	42.4	44.1
3.3=	32.2	33.9	35.6	37.3	38.9	40.6	42.2
4.3=	31.2	32.9	34.5	36.1	37.7	39.3	40.9
5.3=	30.4	32.0	33.6	35.2	36.7	38.3	39.8
6.3=	29.6	31.2	32.7	34.2	35.8	37.3	38.8
7.3=	28.8	30.4	31.9	33.4	34.9	36.3	37.8
8.3=	28.1	29.6	31.1	32.6	34.0	35.4	36.9
9.3=	27.5	28.9	30.4	31.8	33.2	34.6	36.0
10.3=	26.8	28.2	29.6	31.0	32.3	33.7	35.0
11.3=	26.0	27.4	28.7	30.1	31.4	32.7	34.0
12.3=	25.2	26.5	27.8	29.1	30.4	31.7	32.9
13.3=	24.3	25.6	26.8	28.1	29.3	30.5	31.8
14.3=	23.4	24.6	25.8	27.0	28.2	29.4	30.5
15.3=	22.4	23.6	24.7	25.9	27.0	28.1	29.2
16.3=	21.5	22.6	23.6	24.7	25.8	26.8	27.8
17.3=	20.4	21.4	22.4	23.4	24.4	25.4	26.3
18.3=	19.3	20.2	21.2	22.1	23.0	23.9	24.8
19.3=	18.1	19.0	19.8	20.7	21.5	22.3	23.2
20.3=	16.9	17.7	18.5	19.2	20.0	20.8	21.5
21.3=	15.6	16.3	17.0	17.7	18.4	19.1	19.7
22.3=	14.1	14.8	15.4	16.1	16.7	17.3	17.9
23.3=	12.6	13.1	13.7	14.2	14.8	15.3	15.8
24.3=	10.8	11.3	11.8	12.2	12.7	13.1	13.6
25.3=	9.0	9.4	9.8	10.2	10.5	10.8	11.2
26.3=	7.2	7.5	7.7	8.0	8.2	8.5	8.7
27.3=	5.3	5.4	5.6	5.8	5.9	6.1	6.3
28.3=	3.3	3.4	3.5	3.6	3.6	3.7	3.8
29.3=	1.1	1.2	1.2	1.2	1.3	1.3	1.3

ほど使用する観測値の数が多く、上方に進むに従ってその数を減ずる。

これに反して、Ⅲの2の方法、すなわち、梢端から等しい距離にある観測値を用いて定数を求める方法とは、たとえば第8図で×印の観測値を用いて1連の定数を求め、これを順次斜方向に行う方法である。この方法では、左上方ほど使用する観測値の数が多く、右下方に進むに従ってその数を減ずる。

一般に、定数を求めるのに使用された観測値の数が多きほど、得られた定数の信頼性が高く、観測値の数が少ないほど得られた定数の信頼性が低いのであるから、Ⅲの1または2の方法で得られたいずれか一方の定数のみを使って作られた細り表は、部分的に信頼性の高いところと低いところが混在しているわけである。それで筆者は、次の総合的な方法を採用して細り表を作成した。

いま、○印または×印の各連の定数を用いて算出した上部直径値の重みを、かりに、その印の定数を算出するのに用いた観測値の数と仮定する。厳密には別に方法があるであろうが、繁雑であるので、いまは実用上こう仮定するのである。しからば次の方法が考えられる。

筆者は、Ⅲの1,2の方法で、各別に定数値(第6表および第7表の修正値)を求め、この2組の定数値と、(7)、(10)式とを用いて、別々に、樹高階別・胸高直径

第9表 樹高階別、上部直径の観測値と計算値との平均偏差と標準偏差

Table 9. Mean deviation and standard deviation between observed and calculated data of diameters by total height class.

Total height class	Mean deviation	Standard deviation	Number of sections averaged
29.8	-0.073	0.958	24
28.8	-0.293	1.344	24
27.8	0.459	1.613	48
26.8	-0.003	1.263	120
25.8	0.129	0.750	528
24.8	-0.110	0.493	912
23.8	0.020	0.651	851
22.8	-0.195	0.625	946
21.8	-0.005	0.419	1680
20.8	-0.086	0.445	1440
19.8	-0.095	0.454	1824
18.8	-0.027	0.325	1728
17.8	0.017	0.318	1615
16.8	-0.008	0.289	1584
15.8	0.056	0.377	1305
14.8	-0.022	0.246	1330
13.8	0.034	0.221	1092
12.8	0.027	0.298	744
11.8	-0.042	0.343	418
10.8	0.009	0.265	280
9.8	-0.086	0.359	135
8.8	-0.179	0.445	32
7.8	-0.016	0.246	14

階別に、上部直径値を各測定高別に算出し、その2つの直径値を、その定数を算出するのに用いた観測値の数を重みとして相加平均して、それを総合的な上部直径値とした。換言すれば、Ⅲの1,2で得た細り表の数値を、前記の重みによって相加平均したものである。かくして得られた細り表を掲げれば第8表のとおりである。

なお、最後のしめくりとして、樹高階別に、観測値と計算値との偏差の平均値、および標準偏差を示せば第9表のとおりである。

お わ り に

筆者はこの研究で3つのことを企図した。すなわち、

- 1 Behre 氏式の使用を避けて、梢端から伐採点までの細りを忠実に表わそうとした
- 2 異なる樹高階間における、上部直径値の修正に要する実験式を誘導して使用して、フリーハンドによる修正を避けた
- 3 フリーハンドによる修正を要する場合には、連続する5点をとおる3次整多項式による曲線の平滑法を採用した等である。

その結果について見るに、第8表と第9表とを総合して考察すると、当地方の伐期に近いスギに関する限り、本表を梢端から地際近くまでにわたり、参考に供して大過ないものとする次第である。

(1967.8.1.受付)

文 献

- (1) 長沢武雄：実験観測計算法
- (2) 石川栄助：実用近代統計学
- (3) 清野 要：黒松樹幹の細り早見表，林試報34,1935
- (4) 大内幸雄ほか1名：ウダイカンパの樹幹形状と細り表，岐阜大農研報(11)，99~104
- (5) 大内幸雄・桑名銀次：ブナの樹幹形状と細り表，岐阜大農研報(9)，87~93
- (6) 大内幸雄・渡辺 博：飛騨産広葉樹の樹幹形状について，70回日林講 61~65
- (7) 松井善喜・長内 力・馬場強逸：北海道産樹木の測樹学的研究(Ⅻ)，林試北海道業報(4)，142~147